

Aneta Pilchovská

Analýza pevnosti krátkovláknových kompozitů

Analysis of Short Fiber Composites Strength

Bakalářská práce

Vedoucí práce:

doc. Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.

Ostrava 2021

Bibliografický záznam

Autor: Aneta Pilchovská, PIL0060

Název práce: Analýza pevnosti krátkovláknových kompozitů

Studijní program: B2341 Strojírenství

Vedoucí práce: doc. Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.

Akademický rok: 2020/2021

Počet stran: 76

Klíčová slova: Kompozity, Krátká vlákna, Pevnost materiálu, Vyztužené plasty, MKP analýza

Zadání bakalářské práce

Student: **Aneta Pilchovská**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Analýza pevnosti krátkovláknových kompozitů**
Analysis of Short Fiber Composites Strength

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

Cílem práce je:

- 1) Provést rešerši modelů používaných k predikci pevnosti krátkovláknových kompozitů.
- 2) Sestavit mkp model krátkovláknového kompozitu a zhodnotit vliv orientace a délky vláken na napětí v kompozitu

Seznam doporučené odborné literatury:

- 1) Vrbka J. Mechanika kompozitů. učební texty vut v Brně. Brno 2008
- 2) Van Hattum, F.W.J. and Bernardo, C.A. (1999), A model to predict the strength of short fiber composites. Polym Compos, 20: 524-533. doi:10.1002/pc.10376
- 3) Aykol, M., Isitman, N.A., Firlar, E. and Kaynak, C. (2008), Strength of short fiber reinforced polymers: Effect of fiber length distribution. Polym Compos, 29: 644-648. doi:10.1002/pc.20480

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.**

Datum zadání: 18.12.2020

Datum odevzdání: 17.05.2021

doc. Ing. Martin Fusek, Ph.D.
vedoucí katedry

prof. Ing. Robert Čep, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

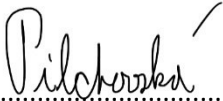
V Ostravě dne 13.05.2021


.....
podpis studentky

Prohlašuji, že:

- jsem si vědoma, že na tuto moji závěrečnou bakalářskou práci se vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. Zákon o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (dále jen Autorský zákon), zejména § 35 (Užití díla v rámci občanských či náboženských obřadů nebo v rámci úředních akcí pořádaných orgány veřejné správy, v rámci školních představení a užití díla školního) a § 60 (Školní dílo),
- беру на вѣдомі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo užít tuto závěrečnou bakalářskou práci nekomerčně ke své vnitřní potřebě (§ 35 odst. 3 Autorského zákona),
- bude-li požadováno, jeden výtisk této bakalářské práce bude uložen u vedoucího práce,
- s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 Autorského zákona,
- užít toto své dílo, nebo poskytnout licenci k jejímu využití, mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše),
- беру на вѣдомі, že podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů – že tato bakalářská práce bude před obhajobou zveřejněna na pracovišti vedoucího práce a v elektronické podobě uložena a po obhajobě zveřejněna v Ústřední knihovně VŠB-TUO, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě dne 13.05.2021


.....
podpis

Jméno a příjmení autorky práce:

Aneta Pilchovská

Adresa trvalého pobytu autorky práce:

Bohumín, 9. května 134, 735 81

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu práce panu doc. Ing. Stanislavu Polzerovi, Ph.D., za odborné vedení, cenné rady, které mi velmi pomohly při tvorbě mé bakalářské práce, a především za jeho trpělivost a vstřícný přístup. V neposlední řadě, s velikou úctou, děkuji mé rodině a přátelům, kteří mi byli oporou po celou dobu studia.

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

PILCHOVSKÁ, Aneta. *Analýza pevnosti krátkovláknových kompozitů*. Ostrava, 2021. Bakalářská práce. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2021, 76 s. Vedoucí práce doc. Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.

Tato bakalářská práce se zabývá pevnostní analýzou krátkovláknových kompozitů. Jako první jsou v teoretické části charakterizovány a klasifikovány kompozitní materiály. Dále je vysvětlena problematika mechaniky kompozitů vyztužených krátkými vlákny, především rozložení napětí ve vláknech s podkritickou a s nadkritickou délkou. V poslední kapitole řešerše jsou vysvětleny teoretické modely, které se používají k predikci pevnosti krátkovláknových kompozitů. Výpočetní část pak obsahuje několik modelů, které se pomocí MKP analýzy zaměřují na vliv objemového podílu, délky a orientace vláken na pevnosti takového kompozitu. Výsledky jsou vždy detailně srovnány s výsledky z MKP analýzy, s analytickými výsledky a s výsledky získanými v experimentu.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

PILCHOVSKÁ, Aneta. *Analysis of Short Fiber Composites Strength*. Ostrava, 2021. Bachelor thesis. VSB - Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mechanics, 2021, 76 p. Thesis supervisor doc. Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.

This bachelor thesis deals with strength analysis of short fiber composites. In the theoretical part, composite materials are first characterized and classified. Furthermore, the problem of mechanics of composites reinforced with short fibers is explained, mainly the stress distribution in fibers with subcritical and with supercritical length. The last chapter explains the theoretical models that predict the strength of short-fiber composites. The computational part then contains several models which based on the FEM analysis focus on the effect of volume fraction, length, and orientation of fibers on the strength of such a composite. The results are always compared in detail with the results from the FEM analysis, with analytical results and with the results obtained in the experiment.

OBSAH

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | Úvod | 11 |
| 2 | Rešerše stávajícího stavu..... | 12 |
| 3 | Základní vlastnosti kompozitních materiálů..... | 14 |
| 3.1 | Klasifikace kompozitů | 15 |
| 3.1.1 | Částicové kompozity..... | 17 |
| 3.1.2 | Skeletové kompozity | 17 |
| 4 | Vláknové kompozity | 18 |
| 4.1 | Matrice | 19 |
| 4.1.1 | Polymerní matrice | 19 |
| 4.2 | Výztuž | 20 |
| 4.2.1 | Skleněná vlákna | 20 |
| 4.2.2 | Uhlíková vlákna..... | 21 |
| 4.2.3 | Aramidová vlákna | 22 |
| 5 | Vlastnosti krátkovláknových kompozitů | 23 |
| 5.1 | Mechanické vlastnosti | 24 |
| 5.1.1 | Objemový podíl | 25 |
| 5.1.2 | Hmotnostní podíl..... | 26 |
| 6 | Rozložení napětí | 27 |
| 6.1 | Modul pružnosti pro kompozit s kontinuálními vlákny | 27 |
| 7 | Orientace a délka vláken | 30 |
| 7.1 | Kritická délka vlákna | 30 |
| 8 | Modul pružnosti pro krátkovláknové kompozity | 37 |
| 8.1.1 | Coxův model | 37 |
| 9 | Modely pevnosti | 39 |
| 9.1 | Model Kelly-Tyson | 40 |
| 9.2 | Model B. Lauke, E. Mader | 41 |
| 9.3 | Model Shao-Yun | 42 |
| 9.3.1 | Pravděpodobnost délky vlákna | 42 |
| 9.3.2 | Pravděpodobnost orientace vlákna..... | 43 |
| 9.3.3 | Přemostňovací napětí..... | 44 |
| 9.3.4 | Pevnost | 45 |

| | | |
|--------|---|----|
| 10 | Analýza kompozitu s podkritickou délkou vlákna | 47 |
| 10.1 | Volba materiálu | 47 |
| 10.2 | Tvorba geometrie | 48 |
| 10.3 | Nastavení výpočtu | 50 |
| 10.4 | Model s objemovým podíl 8 % | 50 |
| 10.4.1 | Konečnoprvková síť | 50 |
| 10.4.2 | Okrajové podmínky | 51 |
| 10.4.3 | MKP analýza pro kontakty s čely vláken..... | 52 |
| 10.4.4 | Konvergence sítě | 54 |
| 10.4.5 | MKP analýza pro kontakty bez čel vláken | 56 |
| 10.4.6 | Analytický výpočet pevnosti | 57 |
| 10.5 | Citlivostní analýza pro změnu objemového podílu | 57 |
| 10.5.1 | Srovnání pevností | 58 |
| 10.5.2 | Srovnání tažnosti | 60 |
| 11 | Analýza vlivu různých délek vláken | 61 |
| 11.1 | Analytický výpočet pevnosti | 62 |
| 11.1.1 | Model Kelly-Tyson pro podkritickou délku..... | 62 |
| 11.1.2 | Model B. Lauke, E. Mader..... | 62 |
| 11.1.3 | Model Shao-Yun | 63 |
| 11.2 | Srovnání pevností | 63 |
| 12 | Analýza vlivu různé orientace vláken | 65 |
| 13 | Omezení práce..... | 67 |
| 14 | Závěr | 68 |
| 15 | Citace | 70 |
| 16 | Seznam obrázků..... | 74 |
| 17 | Seznam tabulek | 76 |
| 18 | Seznam grafů | 76 |

SEZNAM POUŽITÝCH ZNAČEK

| Značka | Jednotka | Popis |
|------------------|------------|---|
| ρ | kgm^{-3} | Hustota |
| E | GPa | Youngův modul pružnosti |
| σ | MPa | Napětí |
| ε | % | Přetvoření |
| v_f | % | Objemový podíl vláken |
| v_m | % | Objemový podíl matrice |
| V_f | μm^3 | Objem vláken |
| V_m | μm^3 | Objem matrice |
| m_f | % | Hmotnostní podíl vláken |
| m_m | % | Hmotnostní podíl matrice |
| M_m | kg | Hmotnost matrice |
| M_c | kg | Hmotnost kompozitu |
| M_f | kg | Hmotnost vláken |
| S | μm^2 | Plocha |
| F | μN | Síla |
| R_a | - | Poměr délka/průměru |
| τ_γ | MPa | Smykové napětí |
| d | μm | Průměr |
| G | GPa | Modul pružnosti ve smyku |
| K_θ | - | Krenchelův faktor orientace vláken |
| b | - | Parametr tvaru |
| δ | - | Parametr měřítka |
| c | - | Parametr umístění |
| α | % | Procento vláken s délkou kratší než kritická délka |
| L_{mean} | μm | Střední délka vlákna |
| L_{mod} | μm | Nejpravděpodobnější délka vlákna |
| θ_{mod} | ° | Nejpravděpodobnější úhel orientace vláken oproti zatížení |
| θ_{mean} | ° | Průměrný úhel orientace vláken oproti zatížení |
| f_θ | - | Koeficient orientace vláken |
| λ_σ | - | Faktor účinnosti výztuže pro pevnost kompozitu |
| μ | - | Poissonova konstanta |
| FLD | - | Fiber length distribution |
| FOD | - | Fiber orientation distribution |
| MKP | - | Metoda konečných prvků |

1 ÚVOD

Tato bakalářská práce se zabývá pevnostní analýzou krátkovláknových kompozitů. Protože kompozit vyztužený krátkými vlákny může být jak silně anizotropní, tak i plně izotropní je velice obtížné predikovat mechanické chování takového materiálu. K tomu slouží teoretické modely, které se v návaznosti na experimentálních datech snaží přiblížit reálným hodnotám. Pružnost a pevnost tedy závisí také na určité pravděpodobnosti, jak jsou vlákna v kompozitu orientována a na délce vláken. Složitost mechaniky pak spočívá i například v přenosu napětí z matrice na vlákno a v mnoha dalších skutečnostech.

Kompozity s krátkými vlákny zahrnují širokou a rozmanitou škálu materiálů. Tato práce je omezena na materiály s polymerní matricí. Největší důraz je kladen na polypropylenovou matrici vyztuženou krátkými skleněnými vlákny.

Teoretická část práce se zabývá charakteristikou kompozitních materiálů jako celku a rozdělením kompozitů podle mnoha kritérií. Dále jsou více popsány vláknové kompozity a speciálně kompozity vyztužené krátkými vlákny, které jsou stěžejním této bakalářské práce. V práci jsou vysvětleny základní rozdíly ve vlastnostech kompozitu vyztuženého dlouhými a krátkými vlákny. A následně je vysvětlen přenos napětí z matrice na vlákno podle základní teoretické metody. V práci je také vysvětlen zásadní rozdíl v rozložení napětí pro vlákna s podkritickou a s nadkritickou délkou. Poslední částí této rešerše je rozbor samotných teoretických modelů používaných k analytickému výpočtu pevnosti pro kompozity vyztužené krátkými vlákny.

Praktická část se věnuje samotné pevnostní analýze metodou konečných prvků. Jsou vytvořeny modely kompozitního materiálu s polypropylenovou matricí, která je vyztužena krátkými skleněnými vlákny, jednotlivé modely jsou zkoumány pro různé důsledky na pevnost materiálu. První model se zabývá chováním kompozitního materiálu, který je vyztužen pouze vlákny s podkritickou délkou a je na něm analyzován vliv objemového podílu na pevnosti a na tažnosti materiálu. V druhém modelu se hodnotí materiál s vlákny nestejně délky a třetím modelem je kompozit z vláken, které nejsou ve stejné ose jako je zatížení a hodnotí se tedy vliv orientace vláken. Všechny výsledky jsou také doplněny o analytické výpočty a následně jsou s nimi a se studiemi, které realizovali experiment na stejném materiálu srovnávány.

Stanovené cíle práce

Cílem práce je nalézt odchylky analytických výpočtů modelů používaných pro predikci pevnosti krátkovláknových kompozitů s realitou a vyhodnotit model, který se nejvíce shoduje s realitou. Tomuto cíli předchází jednotlivé dílčí cíle:

- Rešerše modelů používaných k predikci pevnosti krátkovláknových kompozitů.
- MKP modely krátkovláknového kompozitu a zhodnocení vlivu orientace a délky vláken na napětí v kompozitu

2 REŠERŠE STÁVAJÍCÍHO STAVU

Na úvod do problematiky kompozitních materiálů je třeba definovat, co to kompozit vlastně je. Barš (1988): „Kompozity jsou multifunkční materiálové systémy, které mají charakteristiky neobdržitelné žádným z jednotlivých materiálů – jsou to kohezivní struktury, vytvořené fyzikální kombinací dvou nebo více kompatibilních materiálů, lišících se vlastnostmi a někdy i tvarem.“ A pro lepší pochopení rozdílem mezi kompozitem a slitinou pak definice od Berhezan (1966): „Kompozity jsou složené materiály, které se od slitin liší tím, že jednotlivé složky si ponechávají své charakteristiky, ale jsou tak vloženy do materiálového systému, že se uplatní pouze jejich přednosti a potlačí jejich nedostatky, aby se získalo zlepšení jeho vlastností“

Myšlenka kompozitních materiálů, tedy materiálů ze dvou složek, byla používána již v dávné historii. První známé obydlí byly stavěny z hlíny vyztužené slámou nebo rákosem, známá byla také překližka anebo třeba slaměné cihly. [19] Vycházelo se hlavně z intuice a ze zkušenosti, bez jakéhokoliv porozumění mechanismům, které v materiálu probíhají. Dnes vývoj a výroba nových typů vláknových kompozitů patří k nejvíce se rozvíjejícím odvětvím materiálového inženýrství, a to v celosvětovém měřítku. Kompozitní materiály nacházejí využití téměř v každém průmyslovém odvětví a stávají se tedy nejnadějnějšími kandidáty pro náhradu kovů a jiných tradičních materiálů pro konstrukční účely.

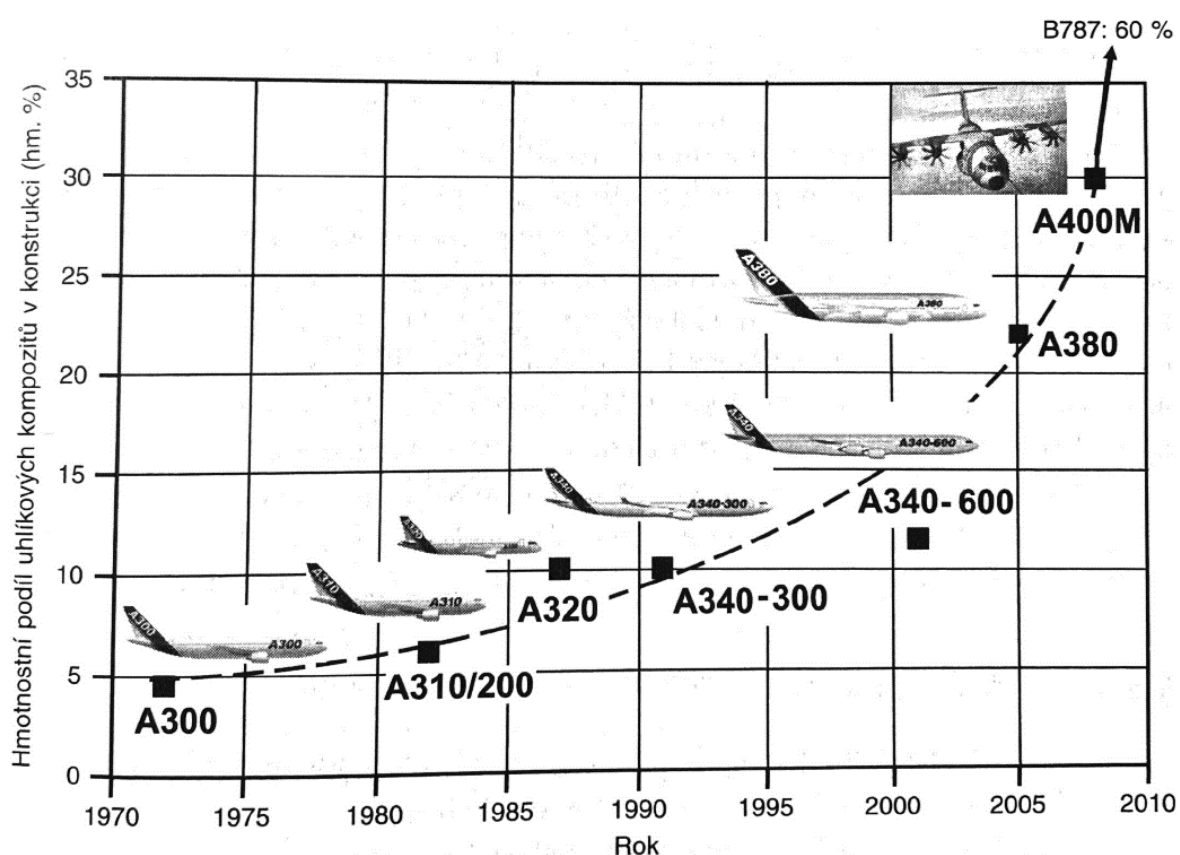
Plasty jsou zcela běžně plněny vlákny nebo částicovými materiály. Pokud se použije vláknová výztuž, je možné změnit pevnost, tuhost, redukovat hustotu a mnohé další vlastnosti jako tepelnou roztažnost a houževnatost. A přesně takto vyztužené plasty se nazývají kompozity. Ve srovnání s klasickými konstrukčními kovovými materiály se tedy jedná o materiály s větším poměrem pevnosti k nízké hustotě, ale naopak nevýhoda je většinou komplikovanější výrobní technologie, vyšší cena a menší odolnost vůči vysokým teplotám (lze ovlivnit matricí).

Nejpozoruhodnější zesílení lze dosáhnout, když jsou vlákna spojitá. Z těchto materiálů ale nelze vyrobit libovolný tvar, případně by to bylo příliš drahé. Proto se často používají krátká vlákna, která je možné nasypat do taveniny a výsledný kompozit tvarovat odléváním téměř do libovolného tvaru. Jedna z nejlákavějších věcí, proč použít krátkovláknové kompozity, je jejich schopnost tvořit složité tvary pomocí relativně levné výroby.

Kompozitní materiály přinášejí v moderní době v oblasti inženýrského konstruování skutečnou revoluci. V běžné praxi se stále využívají více klasické kovové materiály, hlavně ocel, ovšem vysokopevnostní kompozitní materiály se využívají stále více. Za zmínku stojí např. letecká výroba (Graf 1), v roce 1970 byl podíl použitých kompozitů v Airbusu pouze 5 %, v roce 1990 se jednalo o 10 %, na přelomu tisíciletí se již jednalo o 15 %, v roce 2005 v Boeingu 787 se dokonce jednalo o 60 % a v dnešní době letoun Boeingu 787 je dokonce z 80 % z kompozitních materiálů. [18] [9] Důvody jsou hlavně ekonomické, v leteckém průmyslu dochází k vysokým nákladům na energii a na jedno kilo ušetřené hmotnosti se předpokládá úspora až 1 000 €, v kosmonautice se lze bavit o úspoře až 25 000 € na 1 kg ušetřené hmotnosti. [9] Při stejné pevnosti je kompozit totiž mnohem lehčí a pružnější, dochází tak k mnohem menší spotřebě paliva. Pro normální dopravní prostředky se stále jedná o

relativně drahou výrobu, jelikož kompozitní materiály jsou dražší a technologicky náročnější než kompaktní materiály.

Avšak reálně se ve strojírenství některé středně velké firmy stále potýkají s problémy s přechodem na kompozitní materiály. Jedná se hlavně o vysoké náklady na vývoj, nákladná zařízení na ochranu životního prostředí, vybavení dílen aj. Velkým problémem je také nutnost používat jiné konstrukční principy, kdy nedochází k dostatečnému vzdělávání a zaškolování výrobních a vývojových oddělení. Pro optimální konstrukční řešení, je důležitá fáze konceptu, je nutnost téměř vždy navrhnout specifické postupy výroby. Ty totiž značně ovlivňují finální vlastnosti, také se klade důraz na výběr surovin, zatížení, náklady, stárnutí apod. Také je důležitá práce s metodou konečných prvků a s programy, které s touto metodou souvisí. To ovšem vyžaduje odborníky, kteří budou mít potřebné odborné znalosti.



Graf 1: Využití uhlíkových kompozitů v konstrukci dopravních letadel. Převzato z [9]

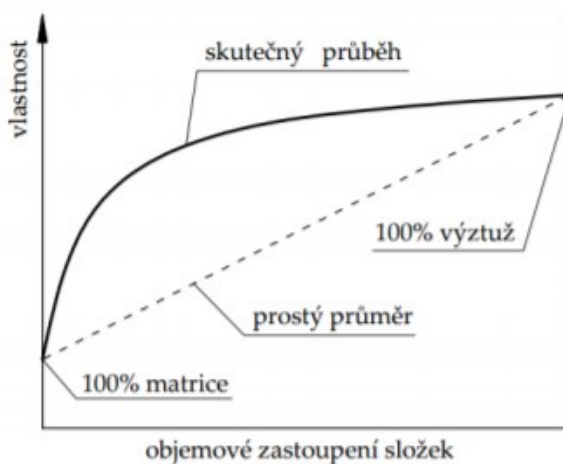
Další kapitola je blíže zaměřena na rozdělení kompozitních materiálů a také jsou více rozebrány základní charakteristiky kompozitu.

3 ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ

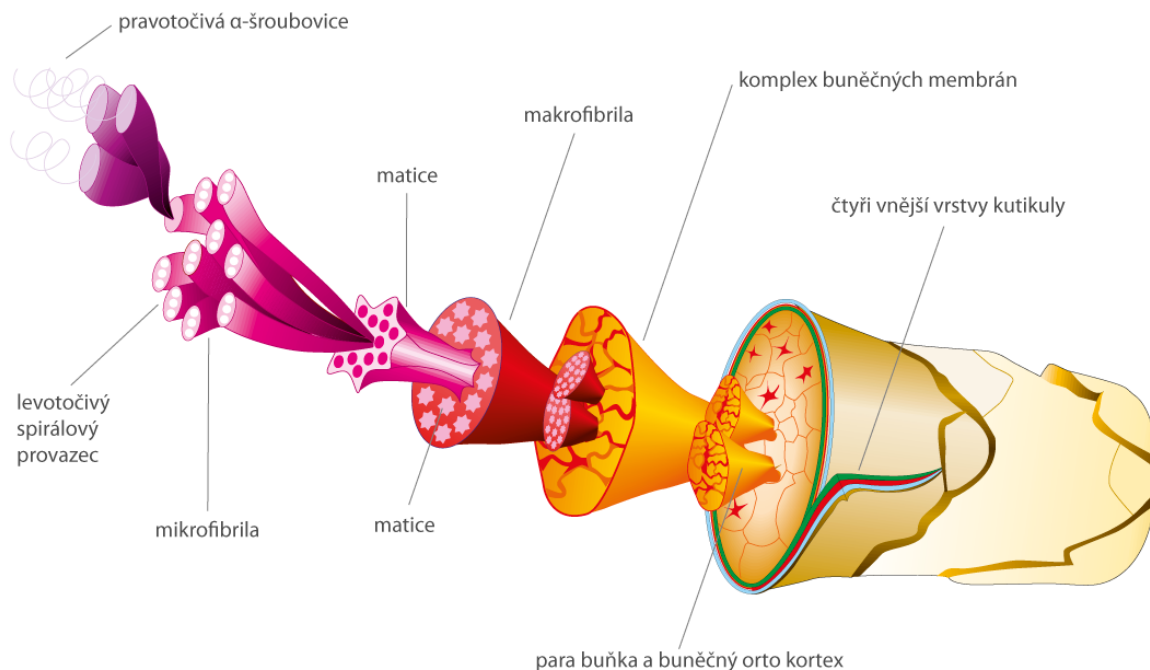
Mezi kompozitní materiály lze řadit jakýkoliv materiál, který je složen nejméně ze dvou různých částí (fází), z různých materiálů, které jsou i ve výsledném materiálu od sebe vizuálně oddělitelné (na rozdíl od slitiny), mající specifické, a hlavně odlišné materiálové vlastnosti. Vlastností se rozumí např. pevnost, tuhost, lomová houževnatost, tepelná a elektrická vodivost. Dále budou zmiňovány takzvané konstrukční kompozity, tyto kompozity se vyznačují složkou nosnou (výztuž) a matricí, která má spojovací funkci a vytváří tvar tělesa. Kompozity jsou vyráběny hlavně pro vysokou tuhost, pevnost a tažnost při nízké hustotě. Výsledné vlastnosti závisí na uložení vláken v matrici a také na vzájemném působení. Mezi nejdůležitější a nejvíce vypovídající údaje patří objemový podíl, tvar nespojité fáze a homogenita. Naopak nehomogenita je často nežádoucí. [1] Výztuž většinou představuje diskontinuální část (nespojité fáze) a matrice kontinuální (spojitá fáze). Skvělým příkladem jsou právě krátkovláknové kompozity.

Velkou výhodou kompozitů je jejich charakteristický synergický efekt, který se právě u těchto materiálů objevuje. Popis synergického efektu lze vysvětlit na rovnici (3.1). Synergismus tedy znamená, že výsledné vlastnosti jsou lepší než prostý součet vlastností jednotlivých fází (výztuže a matrice). [9] Jedná se tedy o velice významný jev, kdy lze získat zcela nové kvalitativní vlastnosti. V přírodě se synergických účinků využívá zcela běžně. Takové přírodní materiály pak právě připomínají kompozity, např. struktura řezu vlnou merino (Obrázek 2) nebo bambusového stonku připomíná epoxidovou pryskyřici vyztuženou uhlíkovými vlákny. [9]

$$3 + 4 = 9 \quad (3.1)$$



Obrázek 1: Synergický efekt. Převzato z [5]



Obrázek 2: Struktura vlnou Merino. Převzato z [38]

3.1 Klasifikace kompozitů

Kompozity se dělí podle mnoha kritérií:

- Podle materiálu výztuže
 - S kovovou výztuží
 - S nekovovou výztuží
- Podle materiálu matrice
 - S kovovou maticí
 - S keramickou maticí
 - S polymerní maticí

Materiály pro vlákno a matici nelze libovolně kombinovat, tak aby spolu tvořili ideální kompozitní materiál. Nutným předpokladem je dobrá mezifázová adheze a další vlastnosti, které jsou rozebrány v následujících kapitolách. Dokonalou mezifázovou adhezi nabízí kompozity, kdy je materiál výztuže a matrice stejný jen v jiné formě. [1] Např. karbon-uhlíkové kompozity nebo ocelové whiskery v ocelové matici.

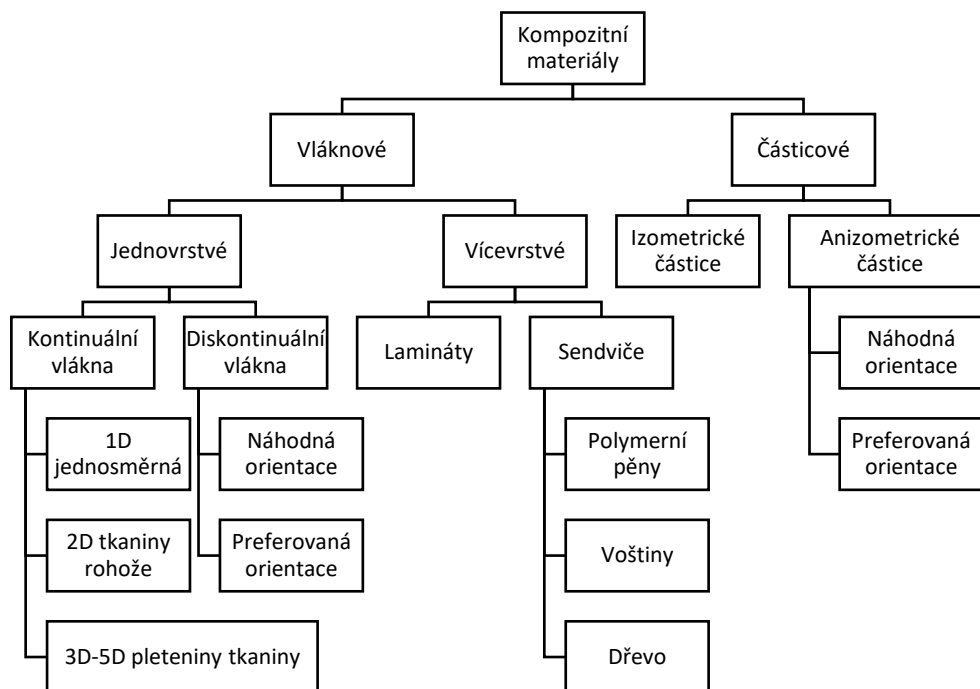
- Podle použití
 - Aplikace v letectví
 - Korozivzdorné
 - Žárupevné
 - Pro stavebnictví

- Podle geometrického tvaru výztuže



Obrázek 3: Rozdělení kompozitních materiálů podle geometrického tvaru výztuže.
Převzato z [3]

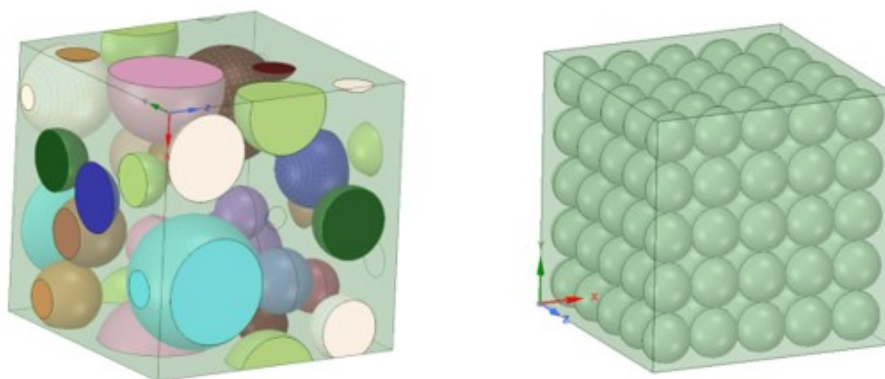
Podle geometrického tvaru výztuže, viz Obrázek 3, se kompozity dělí na časticové, vláknové a skeletové. Pro tuto bakalářskou práci jsou relevantní kompozity vyztužené vlákny.



Obrázek 4: Rozdělení kompozitů podle druhu výztuže a počtu vrstev. Převzato a upraveno z [2]

3.1.1 Částicové kompozity

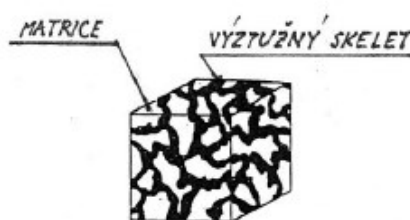
Částicové kompozity se vyznačují především tím, že tvary výztuže jsou zhruba rovnoosé a žádný rozměr výrazně nepřevažuje. Částice v materiálu hlavně zlepšují tuhost, naopak nedochází k růstu tahové pevnosti. Dále můžou zvýšit tepelnou odolnost nebo zlepšit obrobitelnost. [17] Částicové kompozity se dále dělí na kompozity izotermické, kdy částice jsou ve tvaru koule nebo elipsoidu, viz Obrázek 5, a anizometrické, kde jde o tvar destiček a jehlic. [8] Tyto kompozity se používají hlavně ve stavebnictví (např. v betonu se jedná o šterk s pískem a cementem) nebo také v automobilovém průmyslu.



Obrázek 5: Příklady částicového kompozitu

3.1.2 Skeletové kompozity

V případě skeletových kompozitů se jedná o matrici, která je prostoupěna nosným elementem, tzv. skeletem. [1]

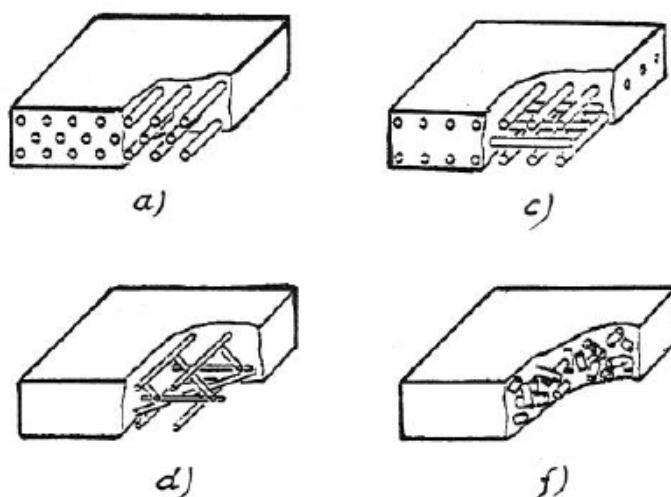


Obrázek 6: Skeletový kompozitní materiál. Převzato z [1]

Jelikož jsou vláknové kompozity stěžejním této bakalářské práce, je jim věnována samostatná následující [kapitola](#).

4 VLÁKNOVÉ KOMPOZITY

Kompozity vyztužené vlákny jsou v dnešní době nejvíce rozšířenou skupinou konstrukčních kompozitů. Kompozity s výztuží ve tvaru vláken se vyznačují tím, že jeden rozměr je mnohem větší než další dva. Mechanické vlastnosti vláknového kompozitu nejvíce závisí na délce vláken, orientaci vláken, materiálu vláken, jejich množství v kompozitu a také na přenosu sil mezi vlákny a matricí. Vláknové kompozity jsou výhodné zejména proto, že vlákna mají díky svému malému průřezu nízký obsah nečistot, a právě proto mají vlákna ve směru své délky velkou pevnost. Pro malý průřez by, ale samostatně nemohla existovat. Vláknové kompozity lze dále dělit podle počtu vrstev a zejména pak podle délky vláken na kompozity s krátkými vlákny (diskontinuální vlákna) a kompozity s dlouhými vlákny (kontinuální vlákna). Významné je také dělení podle orientace vláken v kompozitu, jednoosá orientace, víceosá orientace nebo nahodile uspořádaná. Sdružením jednotlivých vláken vznikají prameny, které jsou dále zpracovávány. Základní typy vláknových kompozitů, viz Obrázek 7, kde a) jednosměrná dlouhá vlákna, c) dvousměrné vyztužení (křížová tkanina, rohož), d) vícesměrové vyztužení, f) náhodná orientace krátkých vláken.



Obrázek 7: Prostorové uspořádání vybraných vláknových kompozitů. Převzato z [1]

Dlouhovláknové kompozity jsou takové kompozity, kdy vlákna mají délku nejméně stokrát delší než jejich průměr, většinou je délka vláken srovnatelná s délkou výrobků, co se týče orientace, tak jsou jednosměrné. Vyznačují se vysokou pevností ve směru délky vláken a nízkou pevností ve směru kolmém na vlákna, jsou tedy významně anizotropní. Anizotropii lze snížit u víceosých uložení vláken. Největší rozdíl oproti krátkovláknovým kompozitům je v přenosu zatížení. U dlouhovláknových kompozitů je skoro celé zatížení přenášeno vlákny a jen výjimečně dochází k přenosu zatížení přes vlákna na matrici. [6] Přenos zatížení u krátkovláknových kompozitů je vysvětleno v samostatné kapitole 6.

4.1 Matrice

Úkolem matrice je hlavně spojení výztuže, ochrana vláken před mechanickým poškozením, a vyplnění objemu součástí. Obecným nutným předpokladem pro matrici je dobrá adheze k výztuži a dobrá tažnost. [1]

4.1.1 Polymerní matrice

Termoplasty a termosety tvoří skupinu polymerů, která se v dnešní době nejhojněji využívá jako materiál matric kompozitů. U termosetů se lze také setkat s názvem reaktoplasty. Polymerní matrice jsou využívány hlavně pro svou dobrou korozivzdornost a dobré dielektrické vlastnosti. [8] Konkrétní výběr polymeru závisí hlavně na rozsahu provozních teplot, požadavcích na mechanické vlastnosti, rychlosti výroby, výsledné geometrie, volbě výrobního procesu a také dostupnosti materiálu na výrobu a náklady s nimi spjaté. U polymerních matric se zvyšující teplotou vzrůstá tažnost, a naopak se snižuje modul pružnosti a mez pevnosti. Materiály s polymerní matricí se vyrábějí hlavně laminováním, válcováním či vytlačováním. [6]

Termosety jsou bezesporu nejvyužívanější materiály pro matrice v konstrukčních kompozitech a zasahují do všech odvětví průmyslu s širokým rejstříkem využití. Velkou výhodou je jejich odolnost proti creepu a vyšším teplotám. [8] Do této skupiny se řadí pryskyřice na bázi nenasyčených polyesterů, vinylesterů a epoxidů. Základní termosety a jejich mechanické vlastnosti jsou uvedeny níže, viz Tabulka 1. Nejvíce se ve strojírenství uplatnili epoxidové a fenolické pryskyřice. [3]

Tabulka 1: Mechanické vlastnosti vybraných termosetů. Převzato a upraveno z [1]

| | ρ | E_t | σ_{Pt} | $\varepsilon_{m,krit}$ |
|----------------------|-----------------|---------|---------------|------------------------|
| | $10^3 kgm^{-3}$ | GPa | MPa | % |
| Epoxidová pryskyřice | 1,1-1,4 | 2,1-6,0 | 35-90 | 1-10 |
| Polyestery | 1,1-1,5 | 1,3-4,5 | 45-85 | 1-5 |
| Fenolické pryskyřice | 1,3 | 4,4 | 50-60 | 1-3 |
| Polyamidy | 1,2-19 | 3,0-3,1 | 80-190 | 2-40 |

Kde E_t je modul pružnosti v tahu, σ_{Pt} je pevnost v tahu, ρ je hustota, $\varepsilon_{m,krit}$ je tažnost.

Termoplasty narozdíl od termosetů při zahřívání měknou a lze je tvářet, po opětovném zchlazení opět tuhnou, jsou také houževnatější a lépe recyklovatelné. A jejich nesporná výhoda je jejich nízká cena, kdy pak mohou značně zredukovat cenu celého kompozitu. [21] Tato nízká cena je dána jednoduchou technologií výroby i při složitých tvarech. Naopak jejich vysoká viskozita podporuje defekty, např. bubliny v materiálu. Pro zlepšení tohoto nedostatku se používají předimpregnovaná vlákna termoplastem, která ale několikanásobně zvyšují cenu. [1] Nejčastěji využívaná termoplastická matrice je polypropylen (PP), protože je ekonomicky nejvýhodnější. Mezi dražší materiály, ale zase pevnější a chemicky odolnější patří třeba Polyamidy, pro vysokopevnostní kompozity se používají polyethyleny. [22] Vybrané termoplasty a jejich mechanické vlastnosti lze porovnat níže, viz Tabulka 2.

Tabulka 2: Mechanické vlastnosti vybraných termoplastů. Převzato a upraveno z [1]

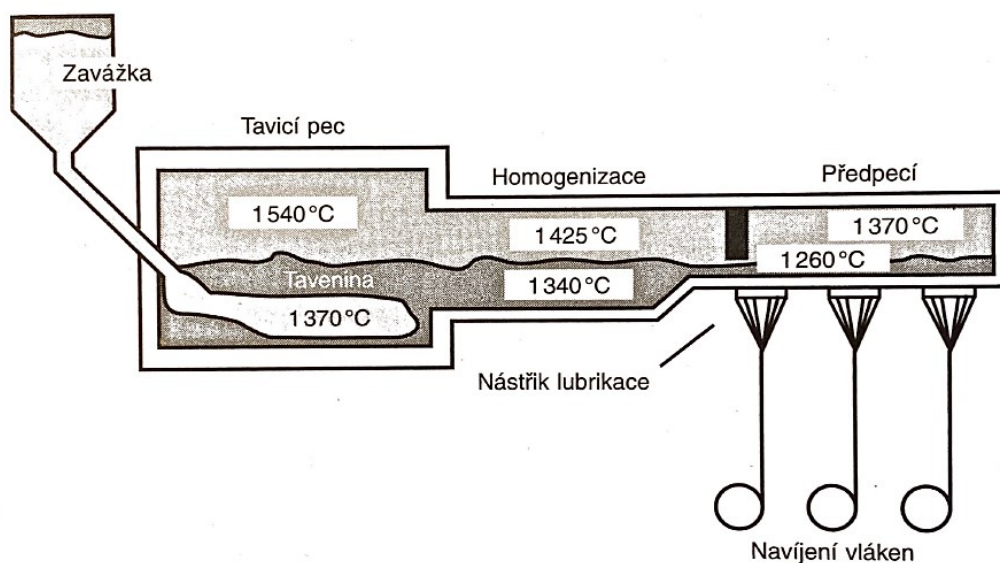
| | ρ | E_t | σ_{pt} | $\varepsilon_{m,krit}$ |
|--------------|-----------------|---------|---------------|------------------------|
| | $10^3 kgm^{-3}$ | GPa | MPa | % |
| Polypropylen | 0,9 | 1,1-1,5 | 28-41 | 10-700 |
| Polyamid | 1,42 | 2,8-2,4 | 76-83 | 60-300 |
| Polykarbonát | 1,21 | 2,1-2,8 | 62-76 | 110-130 |
| Polyether | 1,31 | 3,8 | 80-190 | 50-130 |

4.2 Výztuž

Jak již bylo zmíněno, vlákna vytvářejí nosnou strukturu materiálu. Vlákna se vyrábějí ve svazcích. Krátká vlákna jsou nejčastěji definována poměrem délka/průměru vláken. Délka může být delší než 100 mm, a i kratší než 0,1 mm. Průměr vláken se většinou pohybuje v rozmezí od 10-20 μm , což odpovídá poměru délka/průměru vláken od 5 do 10 000. [6] Důležité je zmínit, že krátká vlákna jsou vyráběna jako vlákna kontinuální a při nebo před výrobou jsou zkracována.

4.2.1 Skleněná vlákna

Bezpochyby nejvíce využívaná výztuž krátkovláknových kompozitů je skleněné vlákno. A to z prostého důvodu, kterým je nízká cena. Skleněné vlákno je dominantní také pro snadnou manipulaci s vláknem a relativně jednoduchou výrobní technologii. Průměrná tuhost skleněného vlákna je 70 GPa, což je ve srovnání s uhlíkovými a aramidovými vlákny relativně nízká hodnota. [6] V porovnání právě s těmito vlákny se skleněná vlákna vyznačují téměř dokonalou izotropií. Mechanické vlastnosti a porovnání vlastností s aramidovými a uhlíkovými vlákny pak viz Tabulka 3. Vyrábějí se tažením levně a snadno dostupné taveniny z trysek. Když vlákna vyjdou z trysky, jsou asi 2 mm tlustá a až na navíjecím zařízení se kalibrují na určený průměr, v tomto kroku dochází také k obrovskému prodloužení délky. [7] Schéma výroby skleněných vláken pak viz Obrázek 8. Nejvyužívanější jsou skleněná vlákna E-Glass s vysokou tuhostí a také skleněná vlákna S-Glass s vyšší pevností. [1] Pro skleněné vlákno je důležitá povrchová úprava, jelikož se jedná o křehký materiál. Dalším problémem skleněného vlákna je jeho nedostatečná přilnavost k matrici. Proto se vlákna lubrikují vodní emulzí, což výrazně zvyšuje adhezi matrice ke sklu. [9]



Obrázek 8: Schéma výroby skleněných vláken. Převzato z [9]

4.2.2 Uhlíková vlákna

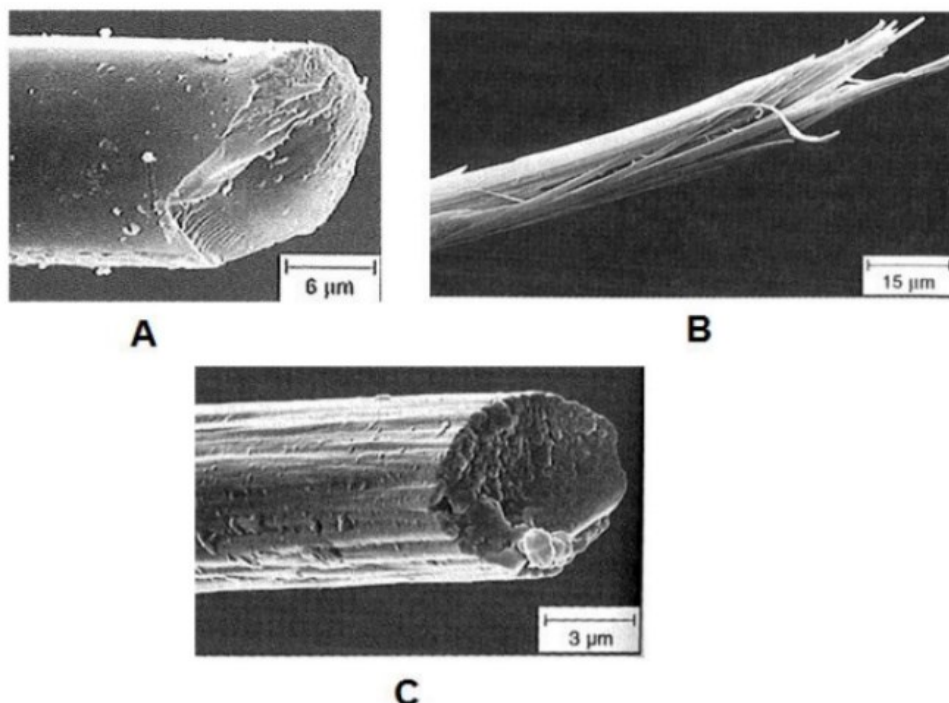
Uhlíkové nebo také karbonové vlákno se využívá ve srovnání se skleněným vláknem mnohem méně, i když tento poměr se v čase zvyšuje. Důvodem jsou mnohem větší ekonomické náklady. Je totiž nutno použít drahé a kvalitní příze, také výroba probíhá velice pomalu. Jejich tuhost je $240\text{--}800\text{ GPa}$ a řadí se tím mezi extrémně vysokou a rozšiřuje tak mechanické vlastnosti dosažitelné u výsledného výrobku. [6] Také pevnost je mnohem vyšší než u skleněných vláken, za to se ale vyznačují nízkou tažností, viz Tabulka 3. Obecně jsou náklady na uhlíkové vlákno až 5krát vyšší než v případě skleněného. [9] Uhlíkové vlákno má silně anizotropní charakteristiky, což dokládá dokonce záporná tepelná vodivost ve směru rovnoběžném s vrstvami uhlíku. [1] Vlákná jsou výrobcem většinou povrchově upravena pro podpoření adheze. Uhlíková vlákna se vyznačují svou korozní odolností a nízkou hustotou. Zhruba polovina kapacity výroby se využívá pro průmyslové aplikace (větrné elektrárny, tlakové nádoby, stavebnictví, automobilový průmysl, stavba lodí aj.), další třetina pak na aplikace v letectví a šestina na sportovní potřeby. [7] Výroba uhlíkových vláken je rozložena mezi dva významné postupy, průmyslově významnější je postup, který využívá pyrolýzu polyakrylonitrilových vláken (PAN). [1] Takto se většinou vyrábějí tzv. standartní vlákna s E-modulem kolem 230 GPa a s pevností přibližně $3\,500\text{ MPa}$. Krom toho se tímto způsobem dají vyrobit i takzvaná vysokopevnostní vlákna, s pevností i přes $5\,000\text{ MPa}$, viz Tabulka 3. [9] Další způsob výroby využívá dehtovou smolu a výsledkem jsou vysokomodulová vlákna s E-modulem až 800 GPa . [9]

4.2.3 Aramidová vlákna

Mezi další významný druh výztuže se řadí vlákna aramidová, která se využívají jen velmi zřídka pro vyztužení plastů a v porovnání se sklem a uhlíkem mají střední tuhost, $100\text{--}200\text{ GPa}$. [6] Výchozí suroviny jsou snadno dostupné, jedná se ale o velice pomalou a náročnou výrobu, což negativně ovlivňuje výslednou cenu. Využívají se hlavně v leteckém průmyslu, protože se jedná o vyztužující vlákno s nejmenší hustotou. Aramidová vlákna jsou silně anizotropní, při konstrukcích z aramidových vláken je třeba brát v potaz velkou citlivost na tlak, proto jsou vhodné pro lehké konstrukce namáhané na tah. Velkým nedostatkem těchto vláken je jejich hydrofilnost, tzn. absorbují vlhkost, která silně ovlivňuje pevnost spoje s matricí i pevnost samotných vláken. Vlákna proto musí být před použitím dokonale vysušena a po celou dobu je třeba vlákna chránit před stykem s vodou. [1]

Tabulka 3: Mechanické vlastnosti vybraných druhů vláken [1] [6] [9] [26]

| | ρ | E_t | σ_{pt} | $\varepsilon_{f,krit}$ |
|---------------------------------|-------------------------|--------------|---------------|------------------------|
| | 10^3 kgm^{-3} | GPa | MPa | % |
| E-Glass | 2,54 | 72,4 | 3 500 | 2,5 |
| S-Glass | 2,48 | 85,5 | 4 600 | 2,5 |
| Vysokomodulová uhlíková vlákna | 1,9 | 450-800 | 2 100 | 0,7 |
| Vysokopevnostní uhlíková vlákna | 1,9 | 240 | 5 000 - 7 000 | 0,7 |
| Aramid Kevlar 49 | 1,5 | 130 | 2 800 | 2,5 |



Obrázek 9: Lom vláken pomocí elektronového mikroskopu, A-skelné vlákno, B-aramidové vlákno, C-uhlíkové vlákno. Převzato z [2]

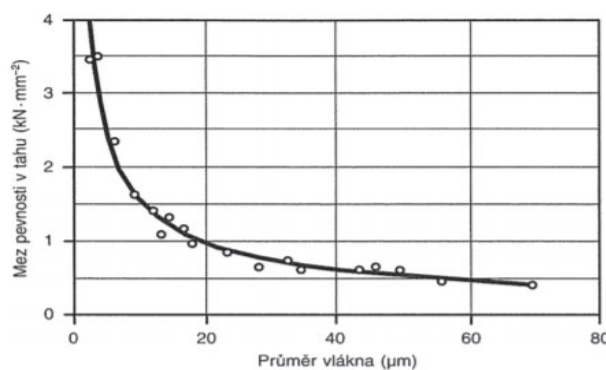
V [Kapitole 5](#) jsou dále podrobněji probrány krátkovláknové kompozity.

5 VLASTNOSTI KRÁTKOVLÁKNOMVÝCH KOMPOZITŮ

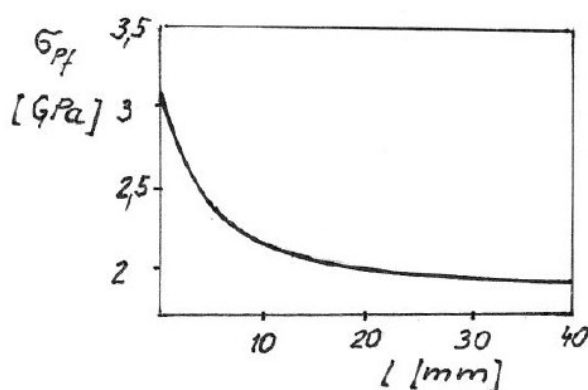
Polymery vyztužené krátkými vlákny se stále častěji používají jako konstrukční materiál, protože poskytují nejen vynikající mechanické vlastnosti, ale lze je také snadno vyrobit rychlým a levným procesem vstřikování, důležitý faktor je tedy cena, jelikož krátkovláknové kompozity jsou obecně levnější než dlouhovláknové. V případech, kdy potřebujeme zlepšit mechanické vlastnosti ve všech směrech, třeba když není jisté, jak bude těleso zatěžováno, tak se používají krátká vlákna, při náhodné orientaci vláken, může být kompozitní materiál až plně izotropní. [6] Mezi další výhody krátkovláknových kompozitů patří nízký creep a dobrá rozměrová stabilita. [20] Krátkovláknové kompozity se skládají z vláken, jejichž délka je menší než 100násobek průměru vlákna.

Použití vláken jako součást konstrukčních materiálů vychází ze čtyř zdánlivých paradoxů materiálu. Jedním z nich je paradox vláknité struktury, který srovnává materiál ve tvaru vlákna a stejný materiál v kompaktní formě. Laicky by člověk předpokládal, že s větším průměrem bude růst i pevnost, empiricky ale bylo zjištěno, že mnohem vyšší pevnost má právě tvar vlákna, tedy čím je vlákno tenčí, tím je i jeho pevnost vyšší (A. A. Griffith). [9] Griffithův paradox má samozřejmě omezenou platnost, protože kdyby se průměr blížil nule, tak by i pevnost stoupala do nekonečna, což samozřejmě nenastává. Limitní hodnota je takzvaná teoretická pevnost $\sigma_{TEOR} \approx E/10$, která platí pro ideální monokrystal bez vad ve struktuře. Tu samozřejmě nelze reálně dosáhnout, jen se k ní zespodu blížit. [1] Lze pozorovat vliv průměru vlákna na mez pevnosti, viz Graf 2. Je třeba zdůraznit, že výše uvedený limit nebere v úvahu ztrátu vzpěrné stability u vláken namáhaných na tlak a platí tedy pouze pro tah. Naopak silnější a/nebo kratší vlákna jsou výhodná pro konstrukce namáhané na tlak.

S tímto souvisí další zdánlivý paradox, paradox délky zatížení, a to že u tenkých vláken se negativně projevuje délka vlákna na mez pevnosti. S rostoucí délkou zatíženého vlákna výrazně klesá pevnost vlákna. [9] Tedy čím kratší je zatěžovaná část jednotlivého vlákna, tím vyšší je naměřená pevnost. Tuto skutečnost lze jednoduše demonstrovat na experimentálních výsledcích, viz Graf 3. A opět platí, že to jsou výsledky pro tahové namáhání, a zatímco pevnost v tahu lze přímo uvažovat za konstrukční mez, pevnost v tlaku je do značné míry irelevantní a je nutné uvažovat mezní zatížení související se ztrátou stability.



Graf 2: Vliv průměru skleněného vlákna na jeho pevnost. Převzato z [9]



Graf 3: Vliv pevnosti vlákna na jeho délce. Převzato z [1]

Skutečná pevnost materiálu je podstatně nižší než pevnost vypočítaná teoreticky (F. Zwicky), zase hovoří o paradoxu pevného materiálu. U klasických konstrukčních materiálů, jako je ocel a hliník, nejsou mezi teoretickými a naměřenými hodnotami žádné rozdíly. [9] Jinak je tomu ale u plastů, pro jasnou představu je uvedena Tabulka 4, která tyto data srovnává. Jsou zde uvedena data jak pro kompaktní formu, tak pro vlákna.

Tabulka 4: Srovnání teoretických a experimentálně zjištěných hodnot E-modulu a meze pevnosti v tahu některých konstrukčních materiálů. Převzato a upraveno z [9]

| Materiál | E-modul (GPa) | | | Mez pevnosti v tahu (MPa) | | |
|--------------|---------------|----------|-----------------|---------------------------|----------|-----------------|
| | Teoretický | Naměřený | | Teoretická | Naměřená | |
| | | Vlákno | Kompaktní hmota | | Vlákno | Kompaktní hmota |
| Polyetylen | 300 | 100 | 1 | 27 000 | 1 500 | 30 |
| Polypropylen | 50 | 20 | 1,6 | 16 000 | 1 300 | 38 |
| Polyamid | 160 | 5 | 2 | 27 000 | 1 700 | 50 |
| Sklo | 80 | 80 | 70 | 11 000 | 4 000 | 55 |
| Ocel | 210 | 210 | 210 | 21 000 | 4 000 | 1 400 |
| Hliník | 76 | 76 | 76 | 7 600 | 800 | 600 |

Posledním paradoxem je paradox kompozitního materiálu. „Kompozitní materiál jako celek může převzít napětí, které by jeho slabší složku porušilo. Od pevnější složky kompozitu může převzít vyšší podíl její teoretické pevnosti, než kdyby byla namáhána samostatně.“ (G. Slayter) Paradox platí pro skutečnost, kdy je kompozit zatížen tahem. Jednoduše tedy lze říct, že pevnost a tuhost přidává kompozitu vyztužující složka, kdežto dobrou zpracovatelnost umožňuje pojící matrice.

5.1 Mechanické vlastnosti

Mechanické vlastnosti kompozitu vyztuženého vlákny závisí na mnoha faktorech. Mezi hlavní vlivy se řadí vlastnosti vláken, jako jsou tuhost, pevnost, objemový podíl vláken (viz [podkapitola 5.1.1](#)), orientace a u krátkých vláken i jejich délka. Dále pak vlastnosti matrice, která může být vylepšena různými přísadami, jsou vlivné hlavně při malém zatížení vláken. Nesmí se opomenout rozhraní, které právě určuje účinnost výztuže a také ovlivňuje odolnost vůči podmínkám prostředí. Obecně lze říct, že vyztužení vlákny dramaticky zvýší tuhost i pevnost a sníží tažnost. Experimentálně se zjistilo, že krátkovláknové kompozity mají navíc vysokou vrubovou houževnatost. [6]

5.1.1 Objemový podíl

Základním pojmem využívaným při popisu kompozitů je koncentrace výztuže, která se udává hmotnostním nebo objemovým podílem složek. Tedy objemový podíl matrice v_m a objemový podíl vláken v_f udává zastoupení jednotlivých složek v celkovém objemu materiálu. Když je znám objemový podíl, tak lze vypočítat vlastnosti jako je tuhost, pevnost, hmotnost a hustota. K výpočtu těchto vlastností se využívá směšovacího pravidla (tzv. Voigtova rovnice), které je podrobněji popsáno v [kapitole 6](#). Koncentrační distribuce je mírou homogenity nebo rovnoměrnosti systému, informuje o jejich vzájemných prostorových vztazích. [23]

Objemový podíl vláken se určí ze vztahu (5.1):

$$v_f = \frac{V_f}{V_c} \quad (5.1)$$

Pro objemový podíl matrice pak platí (5.2):

$$v_m = \frac{V_m}{V_c} \quad (5.2)$$

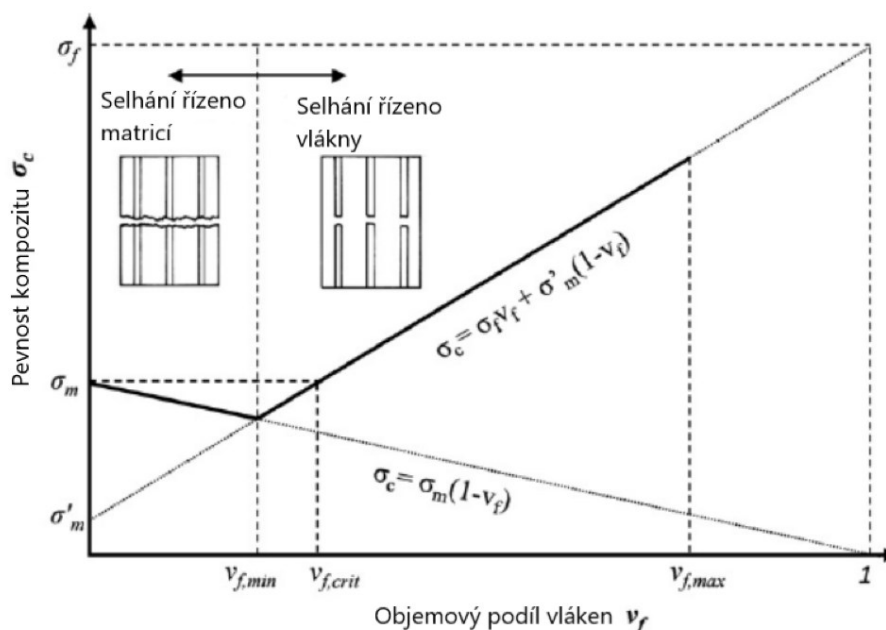
Kde V_f je objem vláken v kompozitu, V_m objem matrice v kompozitu a V_c je objem kompozitu. Součet objemových podílů složek dává dohromady celý objem a platí:

$$v_f + v_m = 1 \quad (5.3)$$

Chování kompozitního materiálu je vymezeno třemi hraničními hodnotami objemového podílu. První je minimální objemový podíl v_{fmin} , pro který platí, že když $v_f \leq v_{fmin}$ tak je pevnost celého kompozitu dokonce nižší než pevnost samotné matrice. Vlákná v tomhle případě jen koncentrují napětí a materiál oslabují. [24] Jedná se o špatně navržený kompozitní materiál.

Druhým pomyslným milníkem objemového podílu vláken je kritický objemový podíl v_{fkrit} , pro který platí, že když $v_{fmin} < v_f < v_{fkrit}$ tak zatížení sice přenášejí vlákna, a i jejich selhání je rozhodující pro namáhání kompozitu, ale výsledná pevnost materiálu je dána vlákny pouze minoritně. Tedy taky se jedná o špatně navrhnutý kompozitní materiál. [24]

Třetí a poslední hraniční hodnotou objemového podílu vláken je maximálně dosažitelný objemový podíl vláken v_{fmax} , pro který platí, že když $v_{fkrit} < v_f < v_{fmax}$, tak se konečně jedná o správně navržený kompozitní materiál, kdy většinu zatížení přenášejí vlákna. Z praktických důvodů se lze dostat jen na hodnotu okolo $v_{fmax} = 0,6 \div 0,7$, protože je zapotřebí, aby bylo vlákno plně obklopeno matricí. [25] Celé zmíněné chování kompozitu je vykresleno níže, viz Graf 4. Tyto vztahy jsou určující pro kompozit s dlouhými vlákny a krátkými vlákny s nadkritickou délkou, vysvětlení viz [kapitola 6](#). Pro kompozit vyztužený vlákny s podkritickou délkou platí něco jiného, jak je uvedeno v [kapitole 7](#).



Graf 4: Závislost podélné pevnosti kompozitu na objemovém podílu vláken.
Převzato a upraveno z [24]

5.1.2 Hmotnostní podíl

Pro krátkovláknové kompozity se v praxi více využívá pojem hmotnostní podíl, protože je většinou technologicky určeno kolik výztuže je třeba nasypat do matrice. Přepočet na objem se provádí až následovně.

Pro hmotnostní podíl vláken platí:

$$m_f = \frac{M_f}{M_c} \quad (5.4)$$

A pro hmotnostní podíl matrice platí:

$$m_m = \frac{M_m}{M_c} \quad (5.5)$$

Kde M_f je hmotnost všech vláken, M_m je hmotnost matrice a M_c je hmotnost celého kompozitu.

Vztah mezi hmotnostním a objemovým podílem je odvozen prostřednictvím hustot ρ .

$$m_f = \frac{\rho_f \cdot V_f}{\rho_c \cdot V_c} = \frac{\rho_f}{\rho_c} \cdot v_f \quad (5.6)$$

$$m_m = \frac{\rho_m \cdot V_m}{\rho_c \cdot V_c} = \frac{\rho_m}{\rho_c} \cdot v_m \quad (5.7)$$

A pro hustotu kompozitu platí tzv. směšovací pravidlo (5.8.):

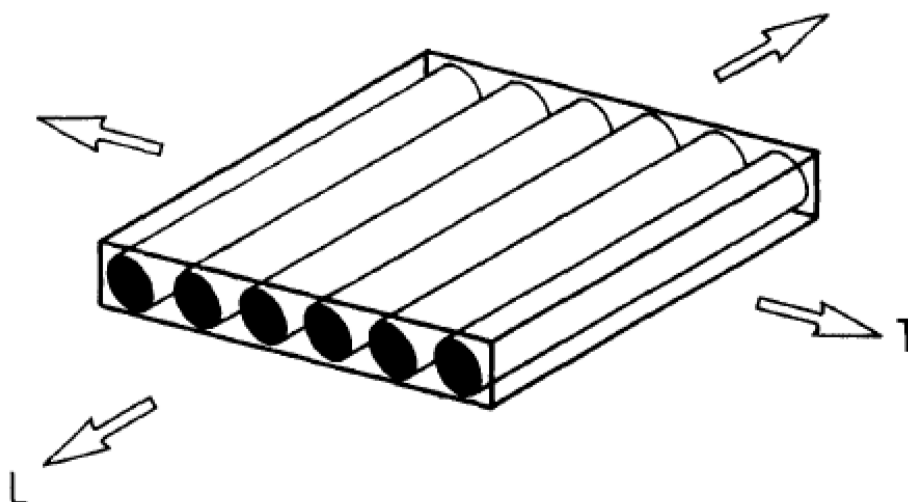
$$\begin{aligned} M_c &= M_f + M_m \\ \rho_c \cdot V_c &= \rho_f \cdot V_f + \rho_m \cdot V_m \\ \rho_c &= \rho_f \cdot v_f + \rho_m \cdot v_m \end{aligned} \quad (5.8)$$

6 ROZLOŽENÍ NAPĚTÍ

Složitost mechaniky krátkovláknových kompozitů spočívá v tom, že vlákna nemají stejnou velikost ani nejsou stejně orientována. U krátkovláknových kompozitů dosahuje objemový podíl menších hodnot než v materiálech s dlouhými vlákny, proto je zde mnohem větší vliv matrice. Pro představu v plně náhodném materiálu je objemový podíl $v_f = 0,2$ a naopak u materiálu, kdy jsou vlákna dokonale seřazena ve stejném směru se $v_f = 0,9$, jedná se jen o teoretický limit, jak již bylo vysvětleno v [kapitole 5](#). Pro většinu materiálu s diskontinuálními vlákny je horní hranici $v_f = 0,4$. [6]

6.1 Modul pružnosti pro kompozit s kontinuálními vlákny

Mechanika krátkovláknových kompozitů vychází z teorie pro dlouhé (kontinuální) vlákna a to, že jsou přímé, zarovnané a vloženy do matrice v dokonalém geometrickém poli, nejčastěji šestihranného a čtvercového, viz Obrázek 10.



Obrázek 10: Geometrický výpočtový model dlouhovláknového jednosměrového kompozitu. Převzato z [6]

Kde souřadnice L a T značí hlavní materiálové osy, kde je L-longitudinální (podélná) a T-transversální (příčná). Z těchto předpokladů již pak lze odvodit Voigtovu rovnici (směšovací pravidlo) pro tuhost kompozitu ve směru vláken, která vychází z podmínky pro silovou ekvivalenci v podélném směru. [1]

Silová ekvivalence:

$$\begin{aligned} F_c &= F_f + F_m \\ \sigma_c \cdot S_c &= \sigma_f \cdot S_f + \sigma_m \cdot S_m / \cdot l \\ \sigma_c \cdot V_c &= \sigma_f \cdot V_f + \sigma_m \cdot V_m / \cdot \frac{1}{V_c} \\ \sigma_c &= \sigma_f \cdot v_f + \sigma_m \cdot v_m \end{aligned} \tag{6.1}$$

Kde σ_c je průměrné podélné napětí v kompozitu, σ_f je napětí ve vláknech a σ_m je napětí v matrici, S_c je plocha příčného průřezu kompozitu, S_f je plocha průřezů vláken a S_m je plocha průřezu matricí.

Směšovací pravidlo pro modul pružnosti kompozitu v tahu je odvozeno z předpokladu statické silové rovnováhy, platí proto pro stav elastický i plastický. Pro pružné chování pak tedy z Hookova zákona:

$$\begin{aligned}\sigma_f &= E_f \cdot \varepsilon_f \\ \sigma_m &= E_m \cdot \varepsilon_m \\ \sigma_c &= E_c \cdot \varepsilon_c\end{aligned}\tag{6.2}$$

V případě výše popsaného zjednodušeného modelu se předpokládá dokonalá adheze vláken k matrici a také stejné podélné přetvoření, potom platí [1]:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_m = \varepsilon_c\tag{6.3}$$

Pak dosazením vztahu (6.2) do rovnice (6.1):

$$E_c \cdot \varepsilon_c = E_m \cdot \varepsilon_m \cdot v_f + E_f \cdot \varepsilon_f \cdot v_m\tag{6.4}$$

A s uvážením předpokladu (6.3) je konečně odvozena směšovací rovnice pro modul pružnosti kompozitu v podélném směru:

$$E_c = E_m \cdot v_f + E_f \cdot v_m$$

Nebo také s dosazením (5.3):

$$E_c = E_f \cdot v_f + E_m \cdot (1 - v_f)\tag{6.5}$$

Kde E je Youngův modul pružnosti a v objemový podíl. Index f je pak pro vlákno, m pro matrici a index c pro celý kompozit. Tento model přípustitelně přesně počítá tuhost pro dokonale uspořádané kompozity vyztužené jednosměrně orientovanými kontinuálními vlákny.

Pro příčný směr kompozitu s kontinuálními vlákny platí tzv. směšovací pravidlo pro poměrné přetvoření kompozitu v příčném směru [1]:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_f \cdot v_f + \varepsilon_m \cdot v_m\tag{6.6}$$

Také se zanedbávají Poissonovské efekty, pak tedy:

$$\sigma_c = \sigma_m = \sigma_f\tag{6.7}$$

Pro stanovení modulu pružnosti v příčném směru zase platí Hookův zákon, a tedy se využívají vztahy (6.3), které se dosadí do rovnice (6.6):

$$\frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_f}{E_f} \cdot v_f + \frac{\sigma_m}{E_m} \cdot v_m \quad (6.8)$$

Vzhledem k předpokladu (6.6) lze obdržet:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m} \quad (6.9)$$

A následně již jen jednoduchým zjednodušením lze dostat výsledný vztah pro výpočet modulu pružnosti v příčném směru pro kompozit s kontinuálními vlákny v jednom směru (6.10):

$$E_c = \frac{1}{\frac{v_f}{E_f} + \frac{1 - v_f}{E_m}} \quad (6.10)$$

7 ORIENTACE A DÉLKA VLÁKEN

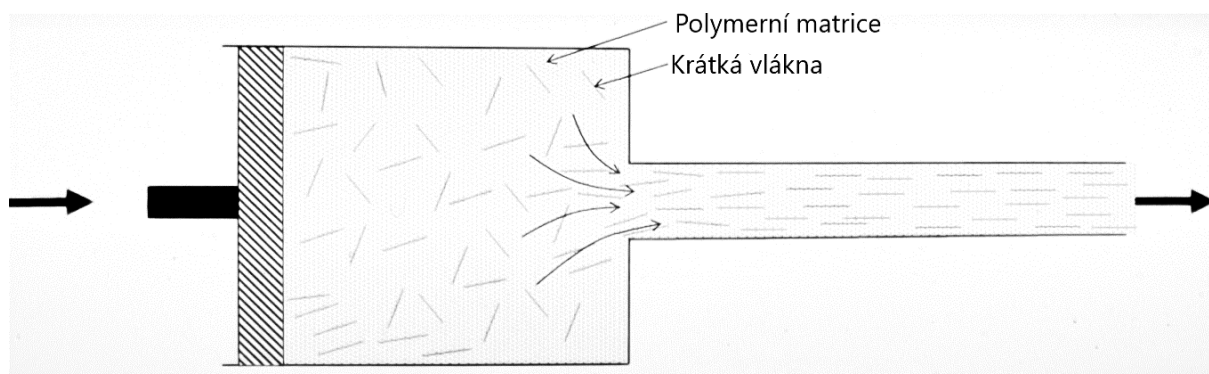
V kompozitních materiálech s krátkými vlákny se téměř neobjevují případy, kdy by všechna vlákna byla směřována stejným směrem. Nahodilost směrů je způsobena konvergentním a divergentním tokem během výroby a také interakcemi se stěnami formy nebo s matricí. V případě náhodné směrové orientace krátkých vláken v matrici dochází k izotropnímu chování kompozitu. Vlákna vznikají jako svazky, jeden svazek může mít až 20 000 vláken. [6] V průběhu dalšího zpracování jsou pak rozbita na různé délky a náhodně rozptýlena.

7.1 Kritická délka vlákna

V praxi se průměr vlákna bere jako konstantní a zjišťuje se pouze délka. Pro přesné výsledky délek vláken se musí použít speciální software (Lunt, 1980), ale používají se také jednodušší méně přesné postupy. Pro změření délky se uvolní vlákna z materiálu, např. s použitím rozpouštědla, vlákna pak lze jednoduše umístit na mikroskopické sklíčko a změřit. [28]

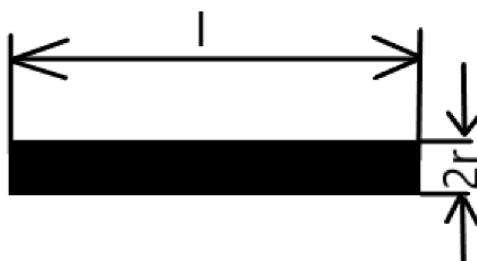
Kritická délka vlákna je definována jako minimální délka, při které může napětí ve vláknech dosáhnout pevnosti v tahu. Lze ji určit buď experimentálně anebo pomocí mikromechaniky. [29]

Pro dosažení dobré adheze k výztuži je třeba mít poměr plochy průřezu vlákna (S) k objemu vlákna (V) co nejvyšší.



Obrázek 11: Orientace vláken při vstřikování

Pro vysvětlení kritické délky vlákna se využívá sice výjimečného, ale přesto reálného stavu, kdy jsou vlákna ve stejném směru. Tento případ nastává např. při výrobě kompozitů technologií vstřikováním.



Obrázek 12: Schéma krátkého vlákna

Pro plochu průřezu vlákna platí:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \quad (7.1)$$

Pro objem vlákna platí:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l \quad (7.2)$$

Pro poměr pak platí:

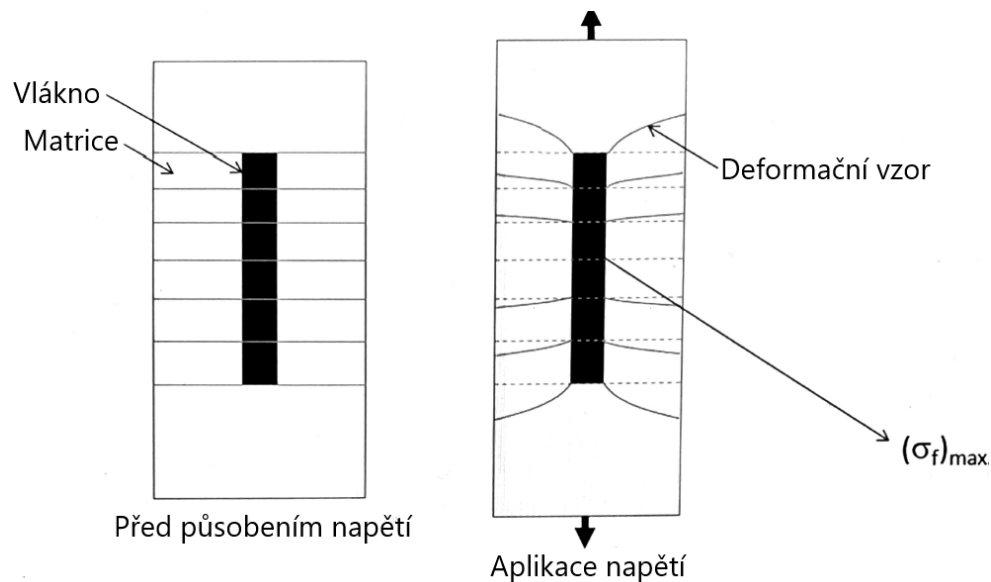
$$\frac{S}{V} = \frac{2}{l} + \frac{2}{r} \quad (7.3)$$

Když do rovnic zahrnu poměr délky/průměru vlákna $R_a = \frac{l}{2 \cdot r}$

Tak pak:

$$\begin{aligned} l &= 2R_a r \\ V &= 2\pi r^3 R_a \\ r &= \left(\frac{V}{2\pi R_a} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \frac{S}{V} &= \left(\frac{2\pi}{V} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot (R_a^{-2/3} + R_a^{1/3}) \end{aligned} \quad (7.4)$$

Z čehož vyplývá, že pro optimální adhezi v krátkovláknovém kompozitu poměr délky/průměru může být buď velmi velký, nebo také velmi malý.

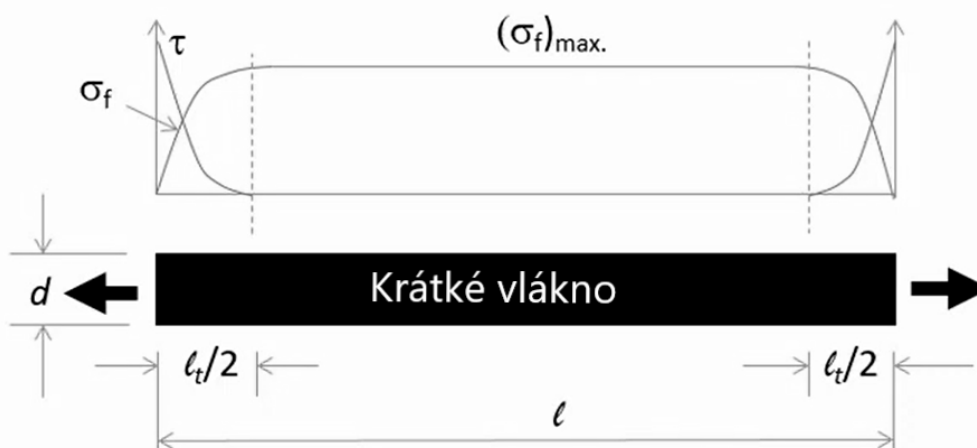


Obrázek 13: Aplikace napětí na vlákno s matricí Převzato a upraveno z [https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=Engineer](https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=Engineer+ringMaterials-Tribology-Design)
[ringMaterials-Tribology-Design](https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=Engineer+ringMaterials-Tribology-Design)

Chování po aplikaci napětí podle Coxe, viz Obrázek 13, (více vysvětleno v [kapitole 8](#)), kdy napětí vzrůstá od nuly na začátku vlákna až po maximální napětí ve středu vlákna. Ve skutečnosti, ale maximální napětí leží někde mezi dvěma konci vlákna a závisí to právě na kritické délce vlákna. Když se podíváme na Obrázek 15, na vliv jak smykového, tak tahového napětí, tak lze vidět, že smykové napětí je na konci vlákna nejvyšší a klesá po nulu, zatímco napětí v tahu je naopak rovno 0 na konci vlákna, až stoupá k maximu. V tomhle místě se právě nachází zóna přenosu zatížení, dále je smykové i tahové napětí konstantní, až po druhý konec vlákna. Kde nastává stejná situace. Pro vysvětlení se používá idealizace, viz Obrázek 14, kde tahové napětí roste od 0 lineárně až po maximální tahové napětí, smykové napětí, je pak v délce přenosu zatížení l_t konstantní a pak klesá k 0. Když je pevnost ve smyku velká, tak pro přenos zatížení stačí malá délka l_t . Když je ale naopak malá, pro přenos zatížení, je třeba i mnohem větší plocha tudíž větší přenosová délka l_t



Obrázek 14: Idealizace pro znázornění délky přenosu zatížení. Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design



Obrázek 15: Znázornění délky přenosu zatížení. Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design

Pro třecí sílu na rozhraní matrice a vlákna platí:

$$F = \tau_\gamma \left(\frac{l_t}{2} \right) \pi d \quad (7.5)$$

A téhle síle odolává:

$$F = \sigma_f \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \quad (7.6)$$

Když se tyto síly porovnají, tak se zjistí potřebná délka pro přenos zatížení:

$$l_t = \frac{(\sigma_f)_{max} d}{2\tau_\gamma} \quad (7.7)$$

Kdy nejvyšší hodnota $(\sigma_f)_{max}$ je pevnost v tahu vlákna, σ_{fu} , když se délka vlákna rovná této podmínce, tak se jedná o kritickou délku vlákna l_c :

$$l_c = \frac{\sigma_{fu} d}{2\tau_\gamma} \quad (7.8)$$

Pro to, aby byla kritická délka, co nejmenší musí být smykové napětí na rozhraní matrice a vlákna co největší. Pro dobrý, silný krátkovláknový kompozit, by délka vlákna měla být vždycky větší, než je kritická délka vlákna l_c . Pro důkaz je ilustrován, případ, kdy souřadný systém začíná v polovině vlákna a s délkou vlákna se lineárně snižuje tahové napětí, až po 0 na konci vlákna (Obrázek 16).

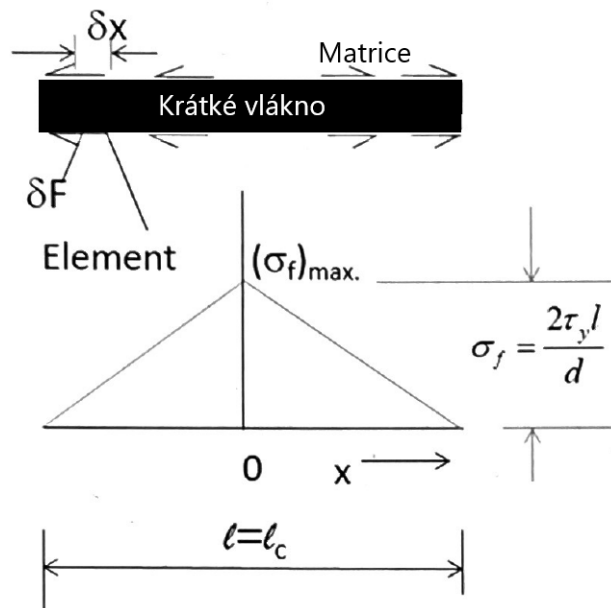
Pro nekonečně malý element délky dx vlákna, existuje nekonečně velký příbytek napětí $d\sigma_f$ a lze proto napsat:

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{d\sigma_f}{dx} \right) dx \right] \frac{\pi d^2}{4} &= -(\tau_\gamma \pi d) dx \\ \frac{d}{4} \int_0^{\sigma_f} d\sigma_f &= - \int_{\frac{l}{2}}^x \tau_\gamma dx \end{aligned} \quad (7.9)$$

Výsledkem integrálu je pak velikost napětí pro jakýkoliv bod délky vlákna:

$$\sigma_f = \frac{4\tau_\gamma (\frac{l}{2} - x)}{d} \quad (7.10)$$

Když se za x dosadí 0, tak napětí bude maximální a když se za x naopak dosadí $\frac{l}{2}$, tak napětí podle předpokladu bude nulové, výsledek je tedy správný.

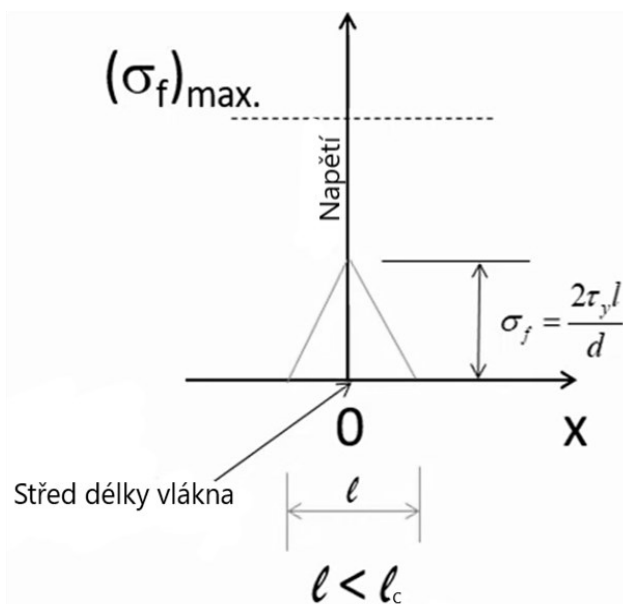


Obrázek 16: Napětí pro $l=l_c$. Převzato a upraveno z

https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design

Zhodnocení dalších dvou možných případů pro délku vlákna krátkovláknového kompozitu:

- Pro délku kratší než l_t



Obrázek 17: Průběh napětí pro $l < l_t$. Převzato a upraveno z

https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design

Pro tahové napětí pak platí:

$$\sigma_f = \frac{2\tau_y l}{d} \quad (7.11)$$

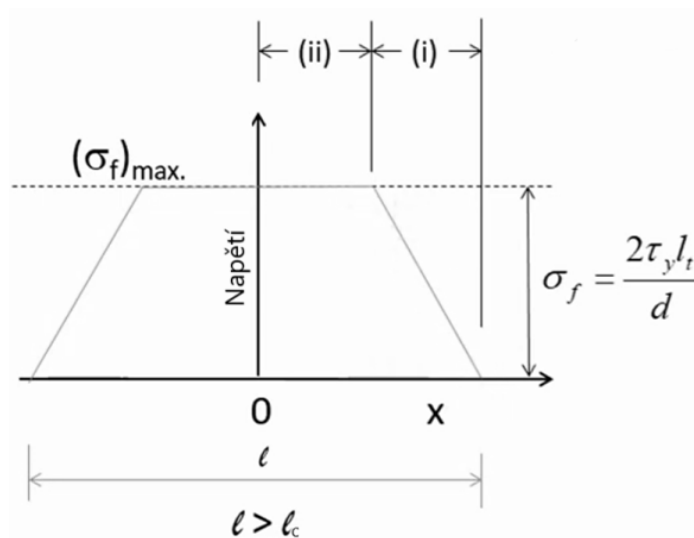
Pro průměrné napětí pak lze napsat:

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\frac{l}{2} \left(\frac{2\tau_y l}{d} \right)}{l} = \frac{\tau_y l}{d} \quad (7.12)$$

Napětí celého kompozitu je pak:

$$\sigma_c = \frac{\tau_y l}{d} \cdot V_f + \sigma_m \cdot (1 - V_f) \quad (7.13)$$

- Pro délku delší než l_t



Obrázek 18: Průběh napětí pro $l > l_t$. Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design

- i) Pro $\frac{l}{2} > x > \frac{l-l_t}{2}$ platí:

$$\sigma_f = \frac{4\tau_y \left(\frac{l}{2} - x \right)}{d} \quad (7.14)$$

- ii) Pro $\frac{l-l_t}{2} > x > 0$ platí:

$$\sigma_f = (\sigma_f)_{\max} = \frac{2\tau_y l_t}{d} \quad (7.15)$$

Pak pro průměrné napětí platí:

$$\overline{\sigma_f} = (\sigma_f)_{max} \cdot \left(1 - \frac{l_t}{2l}\right) \quad (7.16)$$

A konečně napětí kompozitu je dáno vztahem, který říká, že krátkovláknový kompozit bude tím pevnější, čím bude délka vlákna delší než přenosová délka vlákna l_t .

$$\sigma_c = V_f \cdot (\sigma_f)_{max} \cdot \left(1 - \frac{l_t}{2l}\right) + \sigma_m \cdot (1 - V_f) \quad (7.17)$$

8 MODUL PRUŽNOSTI PRO KRÁTKOVLÁKNOVÉ KOMPOZITY

Ve skutečných krátkovláknových kompozitech, nelze očekávat, že vazba mezi matricí a vláknem bude dokonalá, a tudíž zde bude mít velký vliv na vlastnostech výsledného materiálu mezi složkové rozhraní matrice-vláknem. Dále také faktory jako směrová dezorientace vláken, různé délky vláken, koncentrace napětí na koncích vláken a rozdílné pevnosti z důvodů různých průměrů. Rozhraní matrice a vlákna může mít mechanickou, fyzikální nebo chemickou povahu. U mechanické lze mluvit o vlivu třecí vazby mezi vláknem a matricí, které jsou účinné ve smyku ve směru vlákna. Čistě třecí vazba je ale velmi náchylná na změnu teploty a na absorpci vody. [27] Fyzická povaha využívá dipólové interakce, je účinná jak ve smyku, tak také v příčném směru v tahu. Nejúčinnější povahou rozhraní se považuje vazba chemická, kdy mezi matricovou pryskyřicí a vláknem vznikají chemické vazby, pro skelné vlákno se používají vazebná činidla pro vytvoření vazby, tyto vlákna totiž nevytváří přirozeně téměř žádnou vazbu s polymery. Uhlíková vlákna jsou oproti tomu jednodušeji kompatibilní s polymerní matricí. [20]

V [následující podkapitole](#) je představen základní model pro výpočet modulu pružnosti pro kompozit s krátkými vlákny vycházející ze směšovacího pravidla.

8.1.1 Coxův model

Coxův model patří mezi nejstarší modely používané k predikci Youngova modulu pružnosti pro kompozity vyztužené krátkými vlákny. Předpokládá se, že rozhraní mezi vlákny a matricí je perfektní, vlákno i matrice jsou perfektně elastické a izotropní. Podle Cox (1952) a jeho smykové analýzy, která bere v úvahu rozdíly v posunutí deformace matrice a vlákna podél válcového rozhraní, se dokonalé spojení počítá, zanedbává se napětí z konců vláken a matrice i vlákno se považuje za elastické. [1] Cox zjistil že napětí v tahu ve vlákně vzrůstá od nuly na koncích vlákna k hodnotě, která se blíží E , ve střední části vlákna $l/2$. Smykové napětí podél rozhraní je naopak maximální na koncích vláken a klesá téměř na nulu ve střední části vlákna $l/2$. [27]

Pak modul pružnosti pro kompozit s diskontinuálními vlákny:

$$E_c = E_f \cdot v_f \left(1 - \frac{\tanh \frac{\beta l}{2}}{\frac{\beta l}{2}} \right) + E_m \cdot v_m \quad (8.1)$$

Parametr β je dán:

$$\beta = \left[\frac{2\pi G_m}{2E_f \cdot S_f \cdot \ln \frac{R}{r}} \right]^{1/2} \quad (8.2)$$

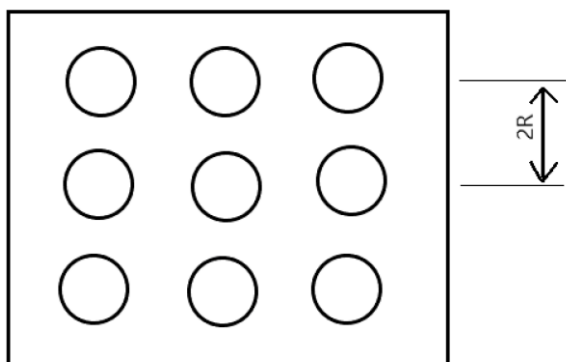
Kde r je poloměr vlákna, G_m je modul pružnosti ve smyku matrice, l je délka vlákna, S_f je povrch vlákna a R je vzdálenost, viz Obrázek 19 a Obrázek 20.

Pro čtvercově obalená vlákna je R:

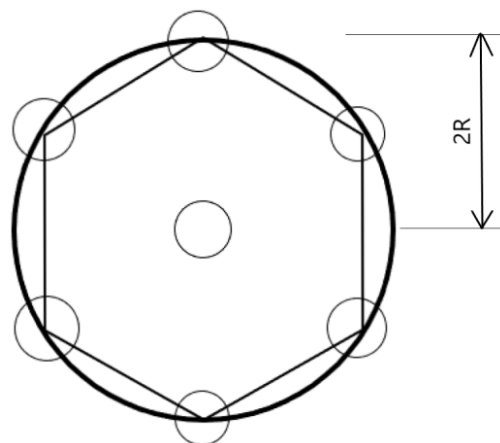
$$R = r \left(\frac{2\pi r^2}{4 \cdot v_f} \right)^{1/2} \quad (8.3)$$

A pro vlákna obalená do šestiúhelníku je R:

$$R = \left(\frac{2\pi r^2}{\sqrt{3} \cdot v_f} \right)^{1/2} \quad (8.4)$$



Obrázek 19: Schéma vlákna s
nejblížejším čtvercem dalších vláken



Obrázek 20: Schéma vlákna s
nejblížeším šestiúhelníkem dalších vláken

Nejdůležitější poznatek Coxovy analýzy je tedy to, že napětí ve vláknech narůstá od konců směrem ke středu vlákna. Z toho vyplývá, že v kontinuálním vláknovém systému by byla celá délka vlákna zatížena v podobném rozsahu jako střední část. Nedostatkem Coxovy analýzy je, že se předpokládá, že na konci vlákna nastane maximální smykové napětí. Ve skutečnosti, ale musí klesnout na nulu. Dalším problémem je, že předpokládá dokonalou pružnost vazby rozhraní. Ve skutečném systému by se matrice nebo rozhraní poddalo nebo oddělilo, což by vedlo k přerozdělení napětí. [6]

Coxův model dále rozšířil Krenchel pro zohlednění orientace vláken, přidal faktor orientace vláken K_θ , pak základní Coxův model je (8.5), kde K_θ má hodnotu 0,2 pro trojrozměrné náhodně orientované vláknové kompozity [27]:

$$E_c = E_f \cdot v_f \cdot K_\theta \left(1 - \frac{\tanh \frac{\beta l}{2}}{\frac{\beta l}{2}} \right) + E_m \cdot v_m \quad (8.5)$$

9 MODELÝ PEVNOSTI

V předchozích kapitolách jsou popsány modely pro elastické chování krátkovláknových kompozitů. Predikce modulu pevnosti je ale mnohem složitější. Materiálové vlastnosti kompozitů jako je modul pružnosti a tepelná roztažnost, závisejí na různé orientaci vláken v kompozitu. Využívají se proto modely, které umožňují predikci modulu pevnosti a tepelných vlastností na základě mikro mechanických teorií. Pevnost v tahu je jednou z nejdůležitějších mechanických vlastností a její predikce je pro návrh kompozitu zásadní. Teoretické predikce budou dále srovnány s tahovými zkouškami na modelech v softwaru Ansys. Jak již bylo zmíněno krátkovláknové kompozity se vyrábějí hlavně pro jejich relativně snadné zpracování a snadnou výrobu s významným navýšením tuhosti a pevnosti. Naopak jejich nevýhodou a velkou obtížností je složitost a široká škála možností, jak jsou vlákna v kompozitu orientována. Většina teoretických modelů je omezena jen na dvourozměrnou orientaci vláken, takže schopnost předpovídat pevnost kompozitů s libovolnou orientací vláken je jen velmi omezena. [10] Velký vliv mají také různé délky vláken, které vznikají důsledkem zpracování. Většinou lze pozorovat výrazně kratší vlákna ve srovnání s počáteční délkou, což negativně ovlivňuje vlastnosti kompozitu.

Obecně je pro vysoce pevný kompozit třeba vysoký obsah vláken, proto je obzvláště zajímavý a důležitý vliv obsahu vláken na mechanické vlastnosti krátkovláknového kompozitu. Často se pozoruje, že zvýšení obsahu vláken vede ke zvýšení pevnosti a houževnatosti. V důsledku toho se délka vláken snižuje se zvyšujícím se obsahem vláken a toto zmenšení délky vlákna pak snižuje účinnost vyztužení. To je jeden z důvodů, proč přidání krátkých vláken k polymerní matici nevede k významnému zvýšení nebo k poklesu pevnosti a houževnatosti kompozitu. [15] Ukázalo se, že mechanické vlastnosti jako je pevnost a houževnatost obecně rostou s rostoucí délkou vláken. [16] Jinými slovy obecně se mechanické vlastnosti snižují se zmenšující se délkou vláken. Proto musí být účinek obsahu vláken na mechanické vlastnosti vstříkovaných krátkovláknových kompozitů kombinován s účinkem délky vláken a tyto dva konkurenční účinky by určovaly konečné mechanické vlastnosti.

Odvození modelu pro predikci pevnosti kompozitu s krátkými vlákny vyplývá z pevnosti kompozitu pro jednosměrnou mikrostrukturu, všechna vlákna jsou zarovnána jedním směrem. Platí zde opět směšovací pravidlo.

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot v_f + \sigma_{m'} \cdot (1 - v_f) \quad (9.1)$$

Kde $\sigma_{m'}$ je napětí působící v matici v okamžiku prasknutí vlákna.

V literatuře byla popsána řada rovnic a teorií, které popisují vztahy mezi délkou vlákna, orientací vláken, adhezí a objemovým podílem. V rámci této bakalářské práce je zmíněn a popsán jeden jednodušší a dva složitější tedy komplexnější teoretické analytické modely.

9.1 Model Kelly-Tyson

U tohoto modelu se předpokládá, že aplikované zatížení se přeneso na vlákna pomocí smykových sil na rozhraní vlákna a matrice, jak již popsal Cox, v [kapitole 8](#). V případě tohoto modelu se ale napětí bude zvyšovat lineárně se vzdáleností od konce vlákna k mezi kluzu, při které se předpokládá, že smykové napětí na rozhraní je konstantní po celé délce přenosu napětí a nezávislé na aplikovaném přetvoření, model tedy není realistický. [27] Jednoduchá silová rovnováha pak vede k rovnici napětí v tahu ve vlákně, která je použitelná právě pro tu část vlákna, kde dochází k přenosu napětí, tj. od konce vlákna do bodu, kde se axiální napětí ve vlákně a v matrici stanou stejnými a neexistuje žádné mezifázové smykové napětí. [6]

V tomto modelu je uvažována průměrná délka vlákna ve vztahu ke kritické délce vlákna. Pevnost tohoto modelu pak závisí na faktoru K_{st} , který určuje účinnost přenosu napětí z matrice na vlákna v závislosti na tom, zda je průměrná délka vlákna, delší nebo kratší než kritická délka vlákna l_c . [27]

Podle tohoto modelu pevnost krátkovláknového jednosměrného kompozitu s jednotnou délkou vláken bude dána vztahem:

Pro $l < l_c$

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot v_f \cdot \frac{l}{2l_c} + \sigma_m' \cdot (1 - v_f) \quad (9.2)$$

A pro $l \geq l_c$

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot v_f \cdot \left(1 - \frac{l_c}{2l}\right) + \sigma_m' \cdot (1 - v_f) \quad (9.3)$$

Model byl také upraven a do rovnic byl přidán faktor orientace vláken K_θ (viz [kapitola 8](#)), který je pro třírozměrnou orientaci roven 0,2 a pro rovinnou náhodnou orientaci 0,375. [27]

Pak Pro $l < l_c$:

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot v_f \cdot K_\theta \cdot \frac{l}{2l_c} + \sigma_m' \cdot (1 - v_f) \quad (9.4)$$

A pro $l \geq l_c$

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot v_f \cdot K_\theta \cdot \left(1 - \frac{l_c}{2l}\right) + \sigma_m' \cdot (1 - v_f) \quad (9.5)$$

9.2 Model B. Lauke, E. Mader

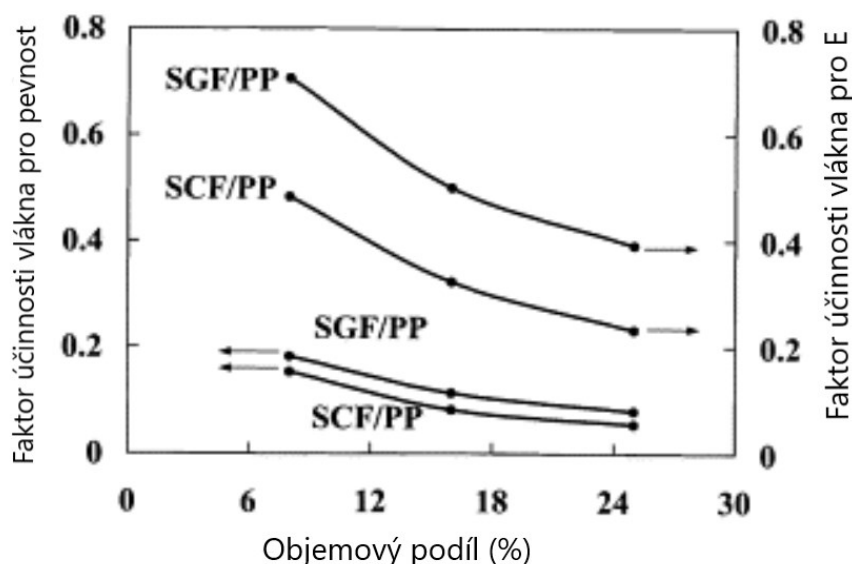
Celá kapitola vychází ze studie zdroje [37].

Model přichází s exponenciální funkcí, která popisuje vztah střední délky vlákna a objemového podílu vlákna. Studie selhání ukázala, že při zatížení tahovým napětím trhliny začínají na koncích vláken a šíří se po rozhraní vlákno-matrice. Ukázalo se, že konce vláken v podstatě koncentrují napětí v sousední matrici, čímž vytvářejí zvětšení napětí až o deseti násobek. Účinky těchto koncentrací napětí lze zmírnit pouze oddělením vazby od rozhraní nebo lomem matrice. V důsledku toho by měl existovat vztah mezi porušením, objemovým podílem vlákna, střední délkou vlákna a poloměrem vlákna. Výsledky týkající se pevnosti kompozitu byly analyzovány pomocí pravidla směsi zavedením faktoru účinnosti vláken.

Pevnost v tahu lze pak předvídat pomocí upraveného pravidla rovnice směsí:

$$\sigma_c = \lambda_\sigma \sigma_f V_f + \sigma_m'(1 - V_f) \quad (9.6)$$

Kde λ_σ je faktor účinnosti vlákna pro pevnost kompozitu s přihlédnutím k účinkům délky a orientace vláken



Graf 5: Faktor účinnosti λ_σ pro pevnost kompozitu. Převzato a upraveno z [16]

Graf 5 ukazuje, že faktor účinnosti λ_σ se snižuje s rostoucím objemovým podílem a že faktory pro kompozity s uhlíkovými vlákny (SCF) jsou nižší než pro kompozity se skleněnými vlákny (SGF). Důvodem je, že faktory účinnosti vlákna se snižují se snižující se střední délkou vlákna. Kromě toho lze vidět, že faktory účinnosti vlákna pro pevnost jsou mnohem nižší než faktory účinnosti vlákna pro modul pružnosti. [15] Je to proto, že faktory účinnosti vlákna pro pevnost jsou závislé jak na střední délce vlákna, tak na kritické délce vlákna, zatímco průměrná délka vlákna je mnohem nižší než kritická délka, a proto vede k relativně nízkým faktorům účinnosti vlákna pro pevnost.

9.3 Model Shao-Yun

Celá kapitola vychází ze studie zdroje [30].

Tento model prezentuje analytickou metodu pro výpočet pevnosti krátkovláknových kompozitů s ohledem na délku vláken, a dokonce i orientaci vláken. Pro model jsou použity dvě funkce hustoty pravděpodobnosti pro distribuci délky a orientaci vláken, které jsou popsány níže. Pevnost kompozitu je zde odvozena jako funkce distribuce délky a orientace vláken s přihlédnutím k závislostem konečné pevnosti vlákna a kritické délky vlákna na úhlu sklonu a účinku úhlu sklonu. Teoretický model také podrobně vysvětluje vlivy střední délky vlákna, nejpravděpodobnější délky, kritické délky vlákna, střední orientace vlákna, nejpravděpodobnější orientace vlákna a koeficientu orientace vlákna na pevnost v tahu krátkovláknového kompozitu. Tento model poskytuje komplexní potřebné informace k určení, jaké rozdělení délky vláken, jaké rozdělení orientace vláken a jaké mezifázové adheze jsou potřebné k dosažení požadované pevnosti kompozitu.

9.3.1 Pravděpodobnost délky vlákna

Jak již bylo zmíněno krátkovláknové kompozity se vyznačují širokou distribucí délek vláken (FLD-Fiber length distribution). Aby se nemuselo počítat s průměrnou délkou vlákna, tak byla navržena dvouparametrová Weibullova distribuční funkce, která popisuje rozdělení délek vláken v krátkovláknovém kompozitu.

Hustota pravděpodobnosti délky vlákna (L) byla navržena následovně:

$$f(L) = \delta b L^{b-1} e^{-\delta L^b} \quad (9.7)$$

Kde δ je parametr měřítka a b je parametr tvaru Weibullova dvouparametrového rozdělení. Musí platit, že náhodná veličina (délka) musí být větší než nula, $L > 0$.

Pro získání kumulativní distribuční funkce se tedy pro vztah (9.7) provede integrace:

$$F(L) = 1 - e^{-\delta L^b} \text{ pro } L > 0 \quad (9.8)$$

A pak lze již jednoduše vyhodnotit procento α vláken s délkou kratší, než je kritická délka vlákna L_c .

$$\alpha = 1 - e^{-\delta L_c^b} \text{ pro } L > 0 \quad (9.9)$$

Z vztahu (9.8), lze také získat střední délku vlákna (tj. průměrná délka vlákna) L_{mean} :

$$L_{mean} = \int_0^\infty L f(L) dL = \delta^{-1/b} \cdot \Gamma \cdot \left(\frac{1}{b} + 1\right) \quad (9.10)$$

Kde $\Gamma(x)$ je funkce Gama. Nejpravděpodobnější délka vlákna L_{mod} se pak získá derivací (9.8) s výslednou rovnicí rovnou 0:

$$L_{mod} = \left[\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta b} \right]^{1/b} \quad (9.11)$$

9.3.2 Pravděpodobnost orientace vlákna

Během procesu vytlačování a vstřikování dochází také k postupným změnám v orientaci jednotlivých vláken v celém tvarovaném dílu. Změny v orientaci komplexně souvisejí s velikostí a koncentrací vláken, tokovým chováním roztavené polymerní matrice a podmínkami zpracování. Orientace v prostoru obecně vyžaduje trojrozměrný popis, ale při zkoumání vlivu úhlu na mechanické vlastnosti kompozitu s krátkými vlákny je dostačující vzít v úvahu pouze úhel mezi osou vlákna a směrem zatížení.

Funkce distribuce orientace vláken (FOD-Fiber orientation distribution) představující úhel sklonu vlákna oproti směru zatížení musí mít takovou vlastnost, aby variace tvarových parametrů dokázala popsat změnu z jednosměrného rozdělení na náhodné apod. Byla navržena dvouparametrová exponenciální funkce popisující orientaci vlákna ve vzorcích vstřikovaných do formy.

Hustota pravděpodobnosti orientace vlákna byla navržena následovně:

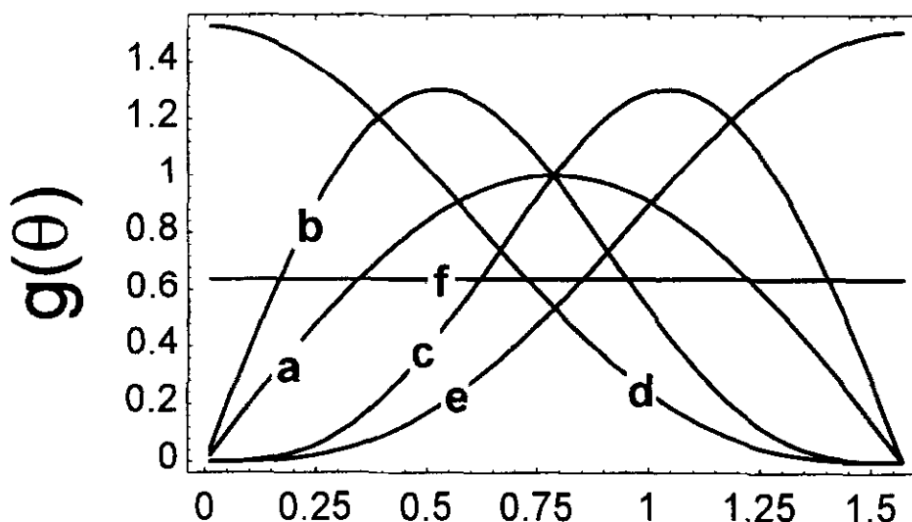
$$g(\theta) = \frac{[\sin(\theta)]^{2p-1} \cdot [\cos(\theta)]^{2q-1}}{\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} [\sin(\theta)]^{2p-1} \cdot [\cos(\theta)]^{2q-1} d\theta} \quad (9.12)$$

Kde p a q jsou parametry tvaru, které vyjadřují tvar distribuční křivky, platí že $p \geq \frac{1}{2}$, $q \geq \frac{1}{2}$ a také $0 \leq \theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max} \leq \frac{\pi}{2}$.

Dále bude postup obdobný jako pro FLD, v tomto kroku se provede derivace s výslednou rovnicí rovnou 0 a lze se dostat na vztah pro nejpravděpodobnější úhel orientace vlákna:

$$\theta_{mod} = \tan^{-1} \left[\left(\frac{2p-1}{2q-1} \right)^{1/2} \right] \quad (9.13)$$

Níže lze vidět křivky úhlů pro různé hodnoty parametrů p a q , viz Graf 6.



Graf 6: Distribuční křivka orientace vláken pro různé hodnoty p a q .

Převzato z [30]

- Kde
- a) $p = q = 1, \theta_{mod} = \frac{\pi}{4},$
 - b) $p = 1, q > 1, \theta_{mod} > \frac{\pi}{4}$
 - c) $p > 1, q = 1, \theta_{mod} > \frac{\pi}{4}$
 - d) $p = \frac{1}{2}, q = 2, \theta_{mod} = 0$
 - e) $p = 2, q = 1/2, \theta_{mod} = \frac{\pi}{2}$
 - f) $p = q = \frac{1}{2}, \theta_{mod}$ neexistuje

Střední úhel (průměrný) orientace vláken pak:

$$\theta_{mean} = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \theta g(\theta) d\theta \quad (9.14)$$

Koeficient orientace vlákna f_θ je dán vztahem:

$$f_\theta = 2 \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} g(\theta) \cos^2(\theta) d\theta - 1 \quad (9.15)$$

Když je $f_\theta = -1$, všechny vlákna leží kolmo ke směru zatížení, $f_\theta = 0$ značí náhodnou orientaci vláken a $f_\theta = 1$, tak všechny vlákna jsou rovnoběžná se směrem zatížení.

Distribuční funkce je dána:

$$G(\theta) = \frac{\int_{\theta_{min}}^{\theta} [\sin(\theta)]^{2p-1} \cdot [\cos(\theta)]^{2p-1} d\theta}{\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} [\sin(\theta)]^{2p-1} \cdot [\cos(\theta)]^{2p-1} d\theta} \quad (9.16)$$

9.3.3 Přemostovací napětí

Je-li na polymer vyztužený krátkými vlákny aplikováno zatížení tak se mezifázové smykové napětí mezi vlákny a matricí zvýší. Aby tedy bylo možné odhadnout sílu potřebnou k rozbití kompozitu v jakémkoliv náhodném průřezu je třeba vyhodnotit přemostovací napětí vláken napříč rovinou selhání. Napětí v ohybu způsobuje zjevnou ztrátu pevnosti vláken. Pevnost šikmého vlákna se tím výrazně snižuje a klesá s nárůstem úhlu sklonu. Zavedení sklonové pevnosti v tahu vláken pak nepochybně může pomoci lépe předpovídat mechanické chování kompozitu s krátkými vlákny.

Sklonová pevnost v tahu vláken je pak dána vztahem:

$$\sigma_{f\theta} = \sigma_f [1 - A \tan(\theta)] \quad (9.17)$$

Kde A je konstanta pro konkrétní systém vlákno a matrice. Je také zřejmé, že musí existovat maximální úhel orientace vlákna pro $\sigma_{f\theta} \geq 0$:

$$\theta_{max} = \tan^{-1} \left(\frac{1}{A} \right) \quad (9.18)$$

Když je $\theta \geq \theta_{max}$, tak je sklonová pevnost vláken nulová. S ohledem na účinek tření a účinek ohybu vlákna lze kritickou délku šikmých vláken vyjádřit rovnicí:

$$L_{c\theta} = \frac{L_c[1 - A \tan(\theta)]}{e^{(\mu\theta)}} \quad (9.19)$$

Když je účinek tření zanedbatelný, tedy $\mu = 0$, a taky lze zanedbat účinek ohybu vláken, tedy $A = 0$, pak se jedná o běžnou kritickou délku vlákna vysvětlenou v [kapitole 7](#):

$$L_{c\theta} = L_c \quad (9.20)$$

Je také třeba zmínit průměrné přemostovací napětí vláken procházejících rovinou trhliny pod úhlem θ :

$$\sigma_{f\theta} = \sigma_f L e^{\frac{(\mu\theta)}{\pi r^2}} \text{ pro } L < L_{c\theta} \quad (9.21)$$

$$\sigma_{f\theta} = \sigma_f \left(1 - \frac{L_{c\theta}}{2L}\right) \text{ pro } L \geq L_{c\theta} \quad (9.22)$$

9.3.4 Pevnost

A konečně na základě výše uvedených vzorců lze odvodit výpočet pro pevnost krátkovláknového kompozitu. Předpoklad, a zjednodušení téhle metody je, že jsou všechna vlákna v kompozitu rozložena rovnoměrně. To znamená, že pevnost jakéhokoliv průřezu kompozitu může představovat celkovou pevnost kompozitu.

Pokud N představuje celkový počet vláken v kompozitech, N_i je počet vláken s délkou od $L + dL$ a s úhlem orientace vláken od $\theta + d\theta$, $g(\theta)$ a $f(L)$ jsou funkce distribuce orientace vlákna, respektive distribuce délky vlákna, $g(\theta)$ a $f(L)$ jsou nezávislé proměnné, pak:

$$\frac{N_i}{N} = f(L)g(\theta)dLd\theta \quad (9.23)$$

Pro objemový podíl v_i vláken délky od $L + dL$ a úhlu sklonu od $\theta + d\theta$ platí:

$$v_i = v_f \left[\frac{(N_i L)}{N L_{mean}} \right] \quad (9.24)$$

Na výslednou složenou pevnost přispívají všechna vlákna délky od L_{min} do L_{max} s úhly sklonu od θ_{min} do θ_{max} a také matrice, pak platí:

$$\sigma_c = \sum_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \sum_{L_{min}}^{L_{max}} v_i \sigma_{f\theta} + \sigma_m v_m \quad (9.25)$$

Kombinací zmíněných rovnic (9.24, 9.25) a nahrazením sumace integrací, pak platí:

$$\sigma_c = v_f \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \int_{L_{min}}^{L_{max}} f(L)g(\theta) \frac{L}{L_{mean}} \sigma_{f\theta} dL d\theta + \sigma_m v_m \quad (9.26)$$

A následným dosazením rovnic (9.17), (9.19), (9.21) a (9.22) lze dostat výslednou pevnost krátkovláknového kompozitu:

$$\begin{aligned}
 x_1 x_2 = & \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \int_{L_{min}}^{L_c \theta} f(L) g(\theta) \frac{L}{L_{mean}} \frac{L}{2L_c} \times e^{\mu \theta} dL d\theta \\
 & + \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \int_{L_{min}}^{L_{max}} f(L) g(\theta) \times \frac{L}{L_{mean}} (1 \\
 & - A \tan(\theta)) \frac{1 - L_c(1 - A \tan(\theta))}{2L e^{\mu \theta}} dL d\theta
 \end{aligned} \tag{9.27}$$

Celá rovnice může být přepsána jako:

$$\sigma_c = x_1 x_2 v_f \sigma_f + \sigma_m v_m \tag{9.28}$$

Kde:

$$\begin{aligned}
 x_1 x_2 = & \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \int_{L_{min}}^{L_c \theta} f(L) g(\theta) \frac{L}{L_{mean}} \frac{L}{2L_c} \times e^{\mu \theta} dL d\theta \\
 & + \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \int_{L_{min}}^{L_{max}} f(L) g(\theta) \times \frac{L}{L_{mean}} (1 \\
 & - A \tan(\theta)) \frac{1 - L_c(1 - A \tan(\theta))}{2L e^{\mu \theta}} dL d\theta
 \end{aligned} \tag{9.29}$$

Čím větší hodnota $x_1 x_2$ je tím je vyšší i pevnost kompozitu. Když $\theta = 0$, tak $x_1 = 1$ a je to případ krátkovláknového kompozitu s jednosměrně srovnanými vlákny. Pak je faktor délky vlákna:

$$x_2 = \int_{L_{min}}^{L_c} \frac{L^2}{2L_c L_{mean}} f(L) dL + \int_{L_c}^{L_{max}} \frac{L}{L_{mean}} \left(1 - \frac{L_c}{L}\right) f(L) dL \tag{9.30}$$

10 ANALÝZA KOMPOZITU S PODKRITICKOU DÉLKOU VLÁKNA

Z předchozích kapitol vyplývá, že kompozit bude tím pevnější, čím bude délka vlákna delší. Proto jsou jako první vytvořeny modely s třemi různými objemovými podíly vláken s podkritickou délkou a je sledováno, kdy u takového kompozitu dojde k selhání. Z teoretických předpokladů by se totiž napětí ve vlákne nemělo nikdy dostat na mez pevnosti. Následně jsou numerické výpočty srovnávány s analytickými zjednodušenými výsledky a také s konkrétními hodnotami z experimentu [37].

10.1 Volba materiálu

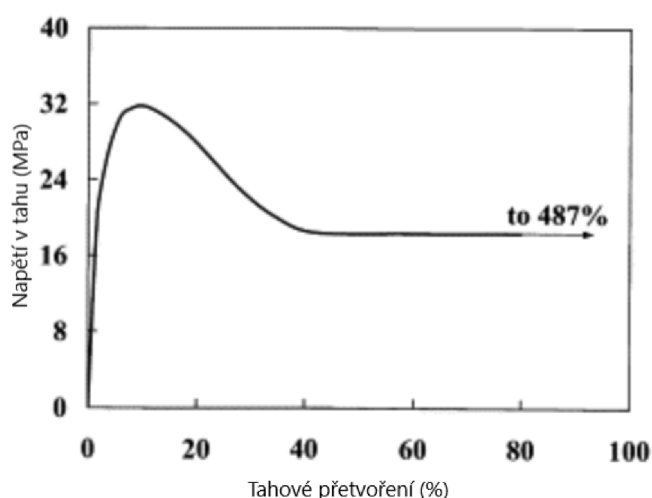
V celé praktické části je použit jako materiál kompozitu polypropylenová matrice (PP) vyztužená krátkými skleněnými vlákny. Polypropylen byl vybrán, protože je součástí skupiny termoplastů vyráběných ve velkém množství. Také to jsou materiály, které byly prakticky zkoumány v experimentu [37], E-Glass (EC 14-300-E 37 300 tex) a Polypropylene (PP, HOSTALEN 1060 + 2 wt. -% POLYBOND 3150), lze pak tedy jednoduše porovnat získané vypočítané hodnoty s hodnotami naměřenými. Mechanické a fyzikální vlastnosti materiálů lze vidět níže, viz Tabulka 5.

Tabulka 5: Mechanické a fyzikální vlastnosti použitých materiálů

| | ρ | E_t | σ_{Pt} | μ |
|------------------|------------|-------|---------------|-------|
| | gcm^{-3} | GPa | MPa | — |
| E-Glass | 2,55 | 78,51 | 1 956 | 0,2 |
| Polypropylene PP | 0,903 | 1,3 | 20 | 0,4 |

Rozložení smykového napětí podél rozhraní není homogenní. Proto je interpretace maximální síly jako mezifázové smykové pevnosti charakterizující adhezi nevhodná. Je proto zvolena mez kluzu ve smyku z experimentu [37] pro rozhraní E-Glass a Polypropylen je $\tau_\gamma = 10 MPa$, jedná se pouze o aproximační střední hodnotu.

Tvárná křivka tahového napětí a deformace pro samostatný polypropylen je znázorněna níže, z grafu dále vyplývá, že tažnost vybraného materiálu pro matrici je 487 %, viz Graf 7.



Graf 7: Tažnost matrice. Převzato a upraveno z [37]

Ve všech třech modelech je použit jednotný průměr vláken a to $13,8 \mu m$. Pro kritickou délku uvedeného kompozitu pak platí:

$$L_c = \frac{\sigma_f d}{2\tau_\gamma}$$

$$L_c = \frac{1956 \cdot 13,8}{2 \cdot 10}$$

$$L_c = 1349,64 \mu m$$

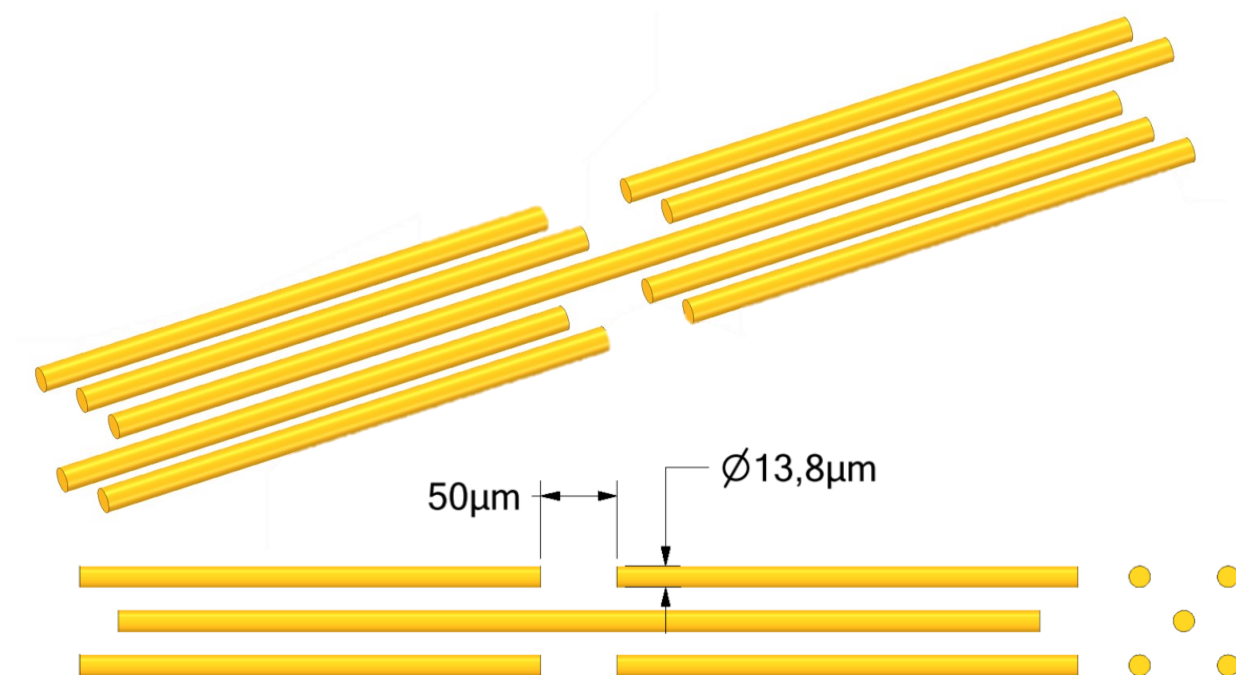
(10.1)

10.2 Tvorba geometrie

Postupně byly vytvořeny geometrie pro 3 různé modely, lišící se objemovým podílem vláken. Ve všech model jsou využita podkritická vlákna délky $600 \mu m$, v prvním modelu je snaha dosáhnout 8 % objemového podílu vláken, v druhém modelu 16 % a ve třetím 25 %. Lze tak zjistit, jak moc zvyšuje zvyšující se objemový podíl pevnost celého kompozitu.

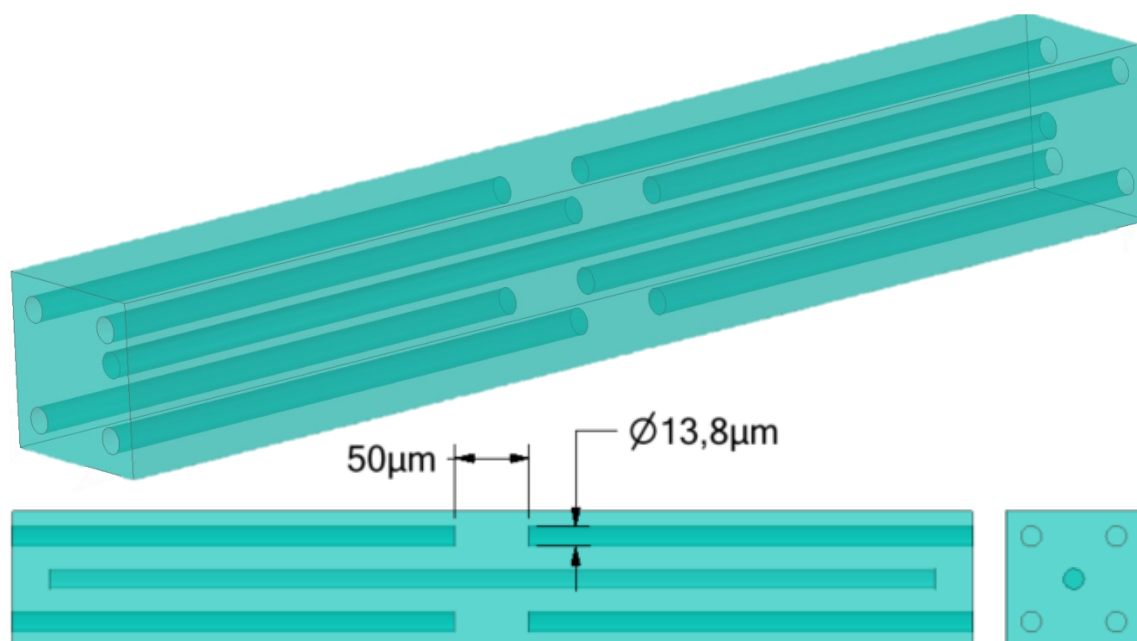
Modely jsou principiálně stejné, pouze liší se ve velikosti matrice. Proto je tvorba geometrie pro všechny modely ilustrována pouze na jednom modelu. Cíl byl navrhnout takový model, který bude část materiálu, kde se vlákna s pravidelností opakují.

V první řadě bylo vytvořeno 9 vláken ve formě válců (Obrázek 21), vlákna v podélném směru jsou od sebe $50 \mu m$ vzdáleny. Prostřední vlákno je celé, tedy délky $600 \mu m$, a vlákna kolem něho jsou zkrácena na polovinu a tenhle „trend“ se opakuje v celém navrženém kompozitu. Vzdálenost mezi vlákny ve směrech kolmých na osu vlákna, pak záleží na konkrétním modelu a jeho objemovém podílu.



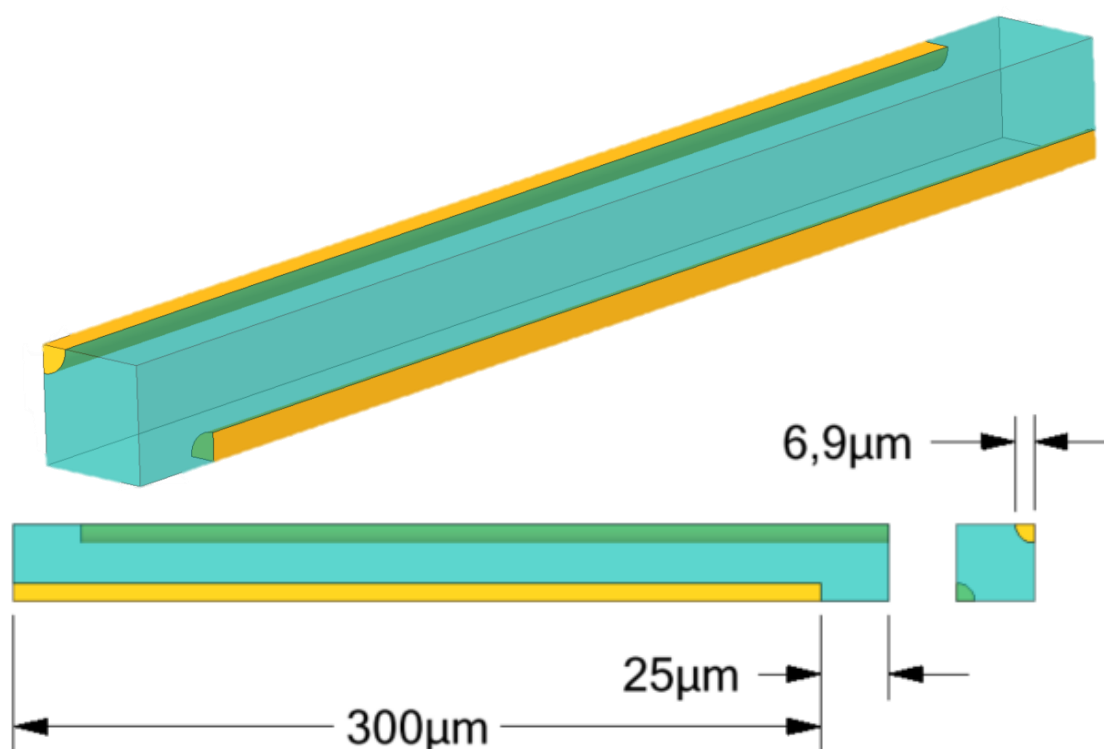
Obrázek 21: Model vláken

Následně byl vytvořen model matrice ve formě kvádru. Navržený kvádr má v sobě otvory, do kterých přesně pasují modely vláken (Obrázek 22).



Obrázek 22: Model matrice

Jelikož je práce limitovaná studentskou licencí na omezený počet uzlů a elementů je využita symetrie ve všech třech osách, což také pomůže pro zkrácení výpočtového času. Když se model matrice a vláken spojí a ořeže podél rovin, získá se výsledný model pro výpočet, viz Obrázek 23.



Obrázek 23: Výpočetní model

10.3 Nastavení výpočtu

Protože se jedná o nelineární úlohu, tak je ve všech výpočetních modelech zapnuta možnost Large Deflection, pro velké posuvy. Pro každý výpočet byl také manuálně nastaven počet substepů, aby nedocházelo v jednom kroku k plastickým přetvořením větším než 15 %. Ve všech výpočtech je využit typ přímého řešiče a pro snížení výpočtového času byla také dle rad zkušeného vedoucího práce snížena tolerance konvergence ze standardních 10^{-8} na 10^{-5} , která zásadně neovlivňuje přesnost výpočtu.

10.4 Model s objemovým podíl 8 %

První model vypadá následovně:



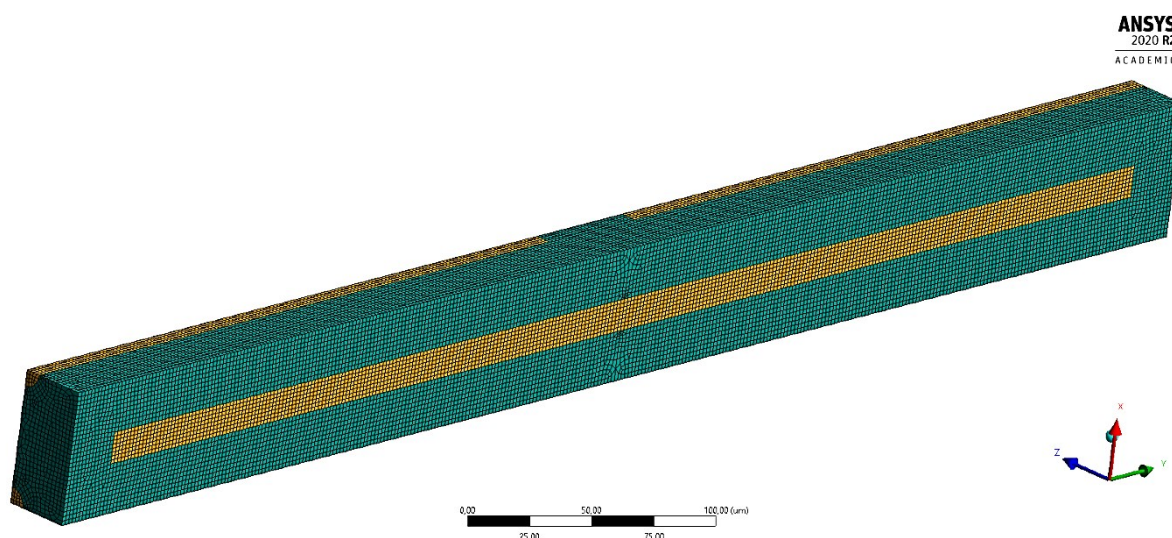
Obrázek 24: Model s objemovým podílem 8 %

Objemový podíl vláken pak (jednotlivé hodnoty jsou získané z programu SpaceClaim):

$$\begin{aligned} V_c &= 269\,568,061 \mu\text{m}^3 \\ V_f &= 22\,435,69 \mu\text{m}^3 \\ v_f &= \frac{V_f}{V_c} = \frac{22\,435,69}{269\,568,061} \cdot 100 \% \\ v_f &= 8,32 \% \end{aligned}$$

(10.2)

10.4.1 Konečnoprvková síť

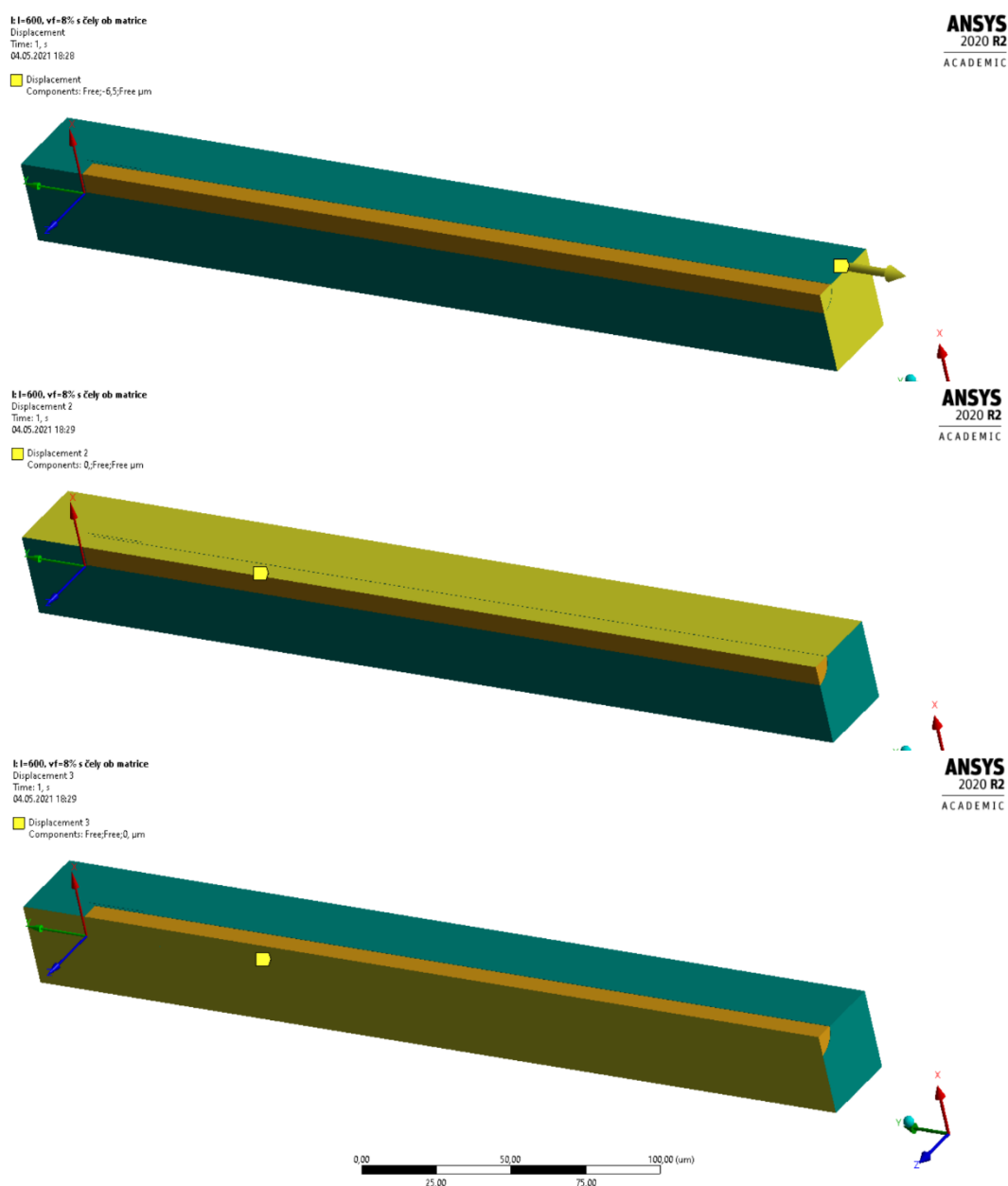


Obrázek 25: Konečnoprvková síť modelu s objemovým podílem 8 %

Na konečnoprvkovou síť jsou využity kvadratické elementy a algoritmus Nonlinear Mechanical. Na vlákna byla použita metoda Multizone a na matici metoda Hex Dominant. A funkcí Sizing jsou pak upraveny hrany vláken. Nejvíce elementů je o velikosti kolem $2\ \mu\text{m}$. Pro kontrolu kvality sítě je zvolena metoda Orthogonal Quality, kdy se co nejvíce elementů musí blížit 1. Pro tuhle síť je průměr 0,89, což splňuje dostatečnou kvalitu sítě.

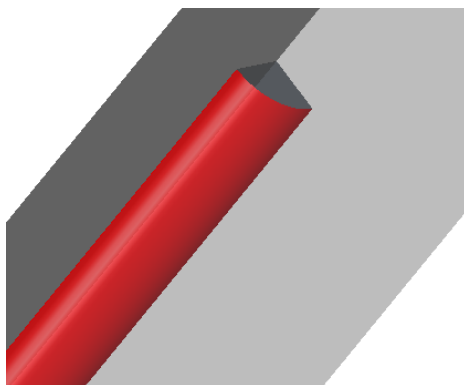
10.4.2 Okrajové podmínky

Aby se ve výsledcích neprojevovaly okrajové efekty, je třeba zakázat posuv v rovinách symetrie a také svázat posuvy na zbývajících plochách tak, aby deformace vlákna a matrice byla totožná. To bylo docíleno funkcí coupling. Dále je nastaven posuv v ose y (podélný směr vláken) na 2 % celkové délky geometrie, tedy $6,5\ \mu\text{m}$.



Obrázek 26: Okrajové podmínky pro první model

Všechny kontakty byly nastaveny jako Bonded a jsou vypočteny vždy dvě varianty kontaktů. A to kontakty zahrnující čela vláken a také varianta, která čela nezahrnuje, viz Obrázek 27.



Obrázek 27: Kontakty nezahrnující čela vláken

10.4.3 MKP analýza pro kontakty s čely vláken

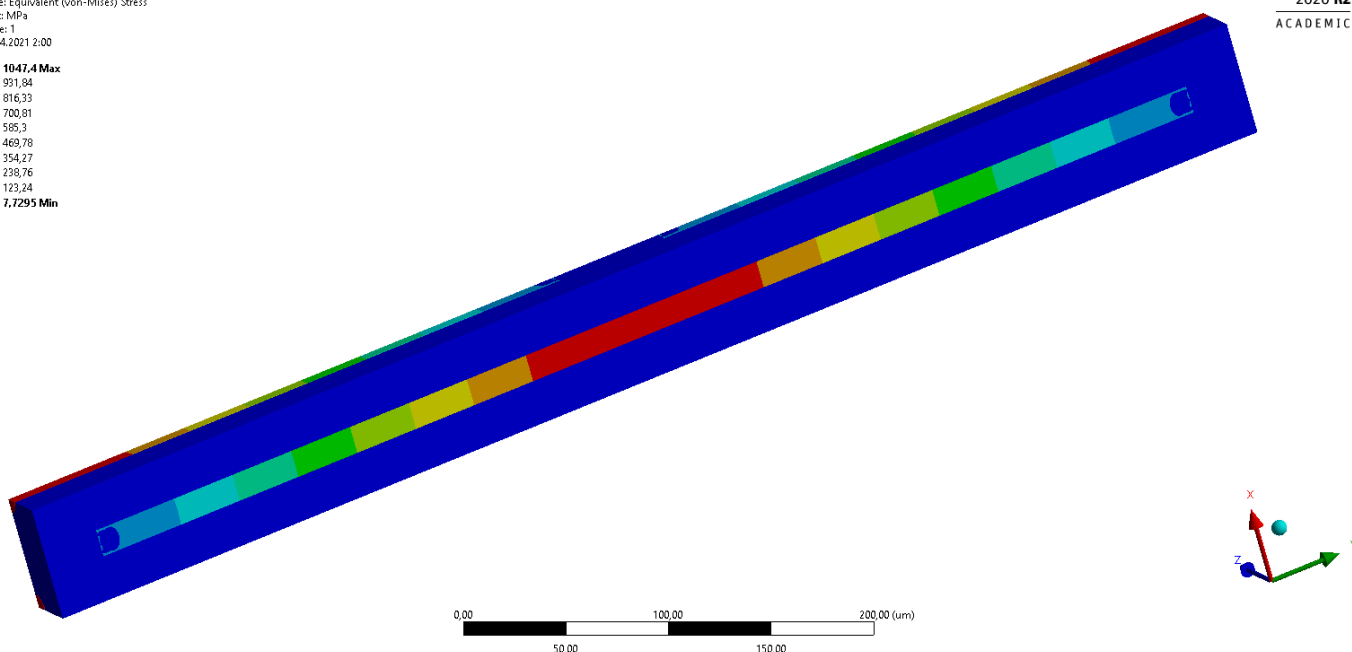
Prvně jsou vypočteny výsledky, které reprezentují nastavení kontaktů s čely.

Níže výsledné napětí podle hypotézy HMM, (Obrázek 28). Podle předpokladů je maximální napětí 1047 MPa v polovině délky vlákna, a naopak na koncích se blíží nule. Také je vidět, že napětí uprostřed vláken je v totožné, model tedy opravdu respektuje periodicitu materiálu.

H: l=600, vf=8% s čely
Equivalent Stress
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1
24.04.2021 2:00

1047,4 Max
931,84
816,33
700,81
585,3
469,79
354,27
238,76
123,24
7,7295 Min

ANSYS
2020 R2
ACADEMIC

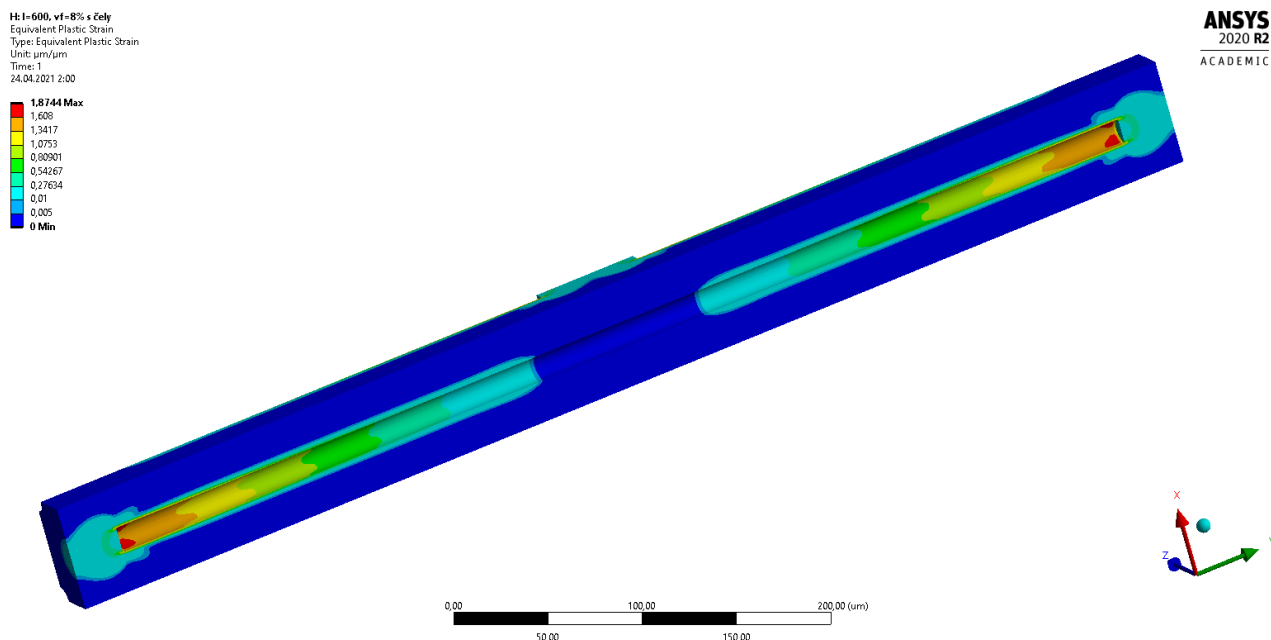


Obrázek 28: Napětí pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty s čely

Jelikož má polypropylenová matrice tažnost přibližně 487 %, a program Ansys vykresluje přetvoření jako logaritmické, bylo hledáno ekvivalentní plastické přetvoření matrice, při daném prodloužení kompozitu:

$$\ln(1 + \varepsilon)$$

$$\ln(1 + 4,87) = 1,7699 \quad (10.3)$$



Obrázek 29: Ekvivalentní plastické přetvoření pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty s čelý

Pro prodloužení celého kompozitu o $6,5 \mu\text{m}$ se plastické přetvoření matrice rovná 1,7675, což je přibližně hledaná hodnota. V tomto momentě je následně vyjádřena reakční síla pro posuv.

Reakční síla se rovná $85\,540 \mu\text{N}$, což pro průřez:

$$S = 28,8^2 \mu\text{m}^2$$

$$S = 829,44 \mu\text{m}^2 \quad (10.4)$$

Vyvolá napětí:

$$\sigma_c = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_c = \frac{85\,540}{829,44}$$

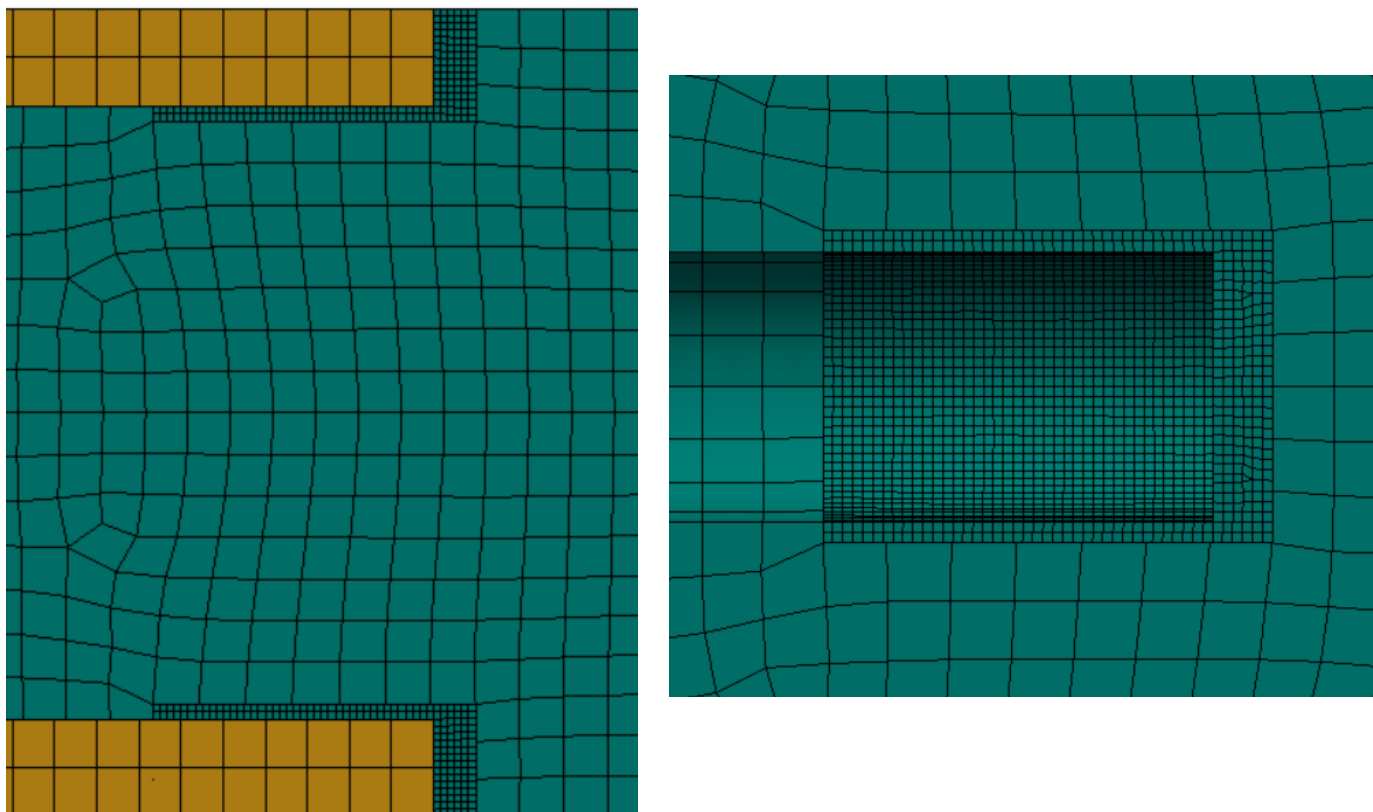
$$\sigma_c = 103 \text{ MPa} \quad (10.5)$$

Než bude moci toto napětí být považováno za pevnost tohoto kompozitního materiálu je třeba výpočet zopakovat se zjemněnou sítí a výsledky srovnat. Tímto se zabývá [kapitola 10.4.4](#).

10.4.4 Konvergence sítě

Pro validaci výsledků a ověření toho, jestli je síť dostatečně jemná bylo zapotřebí zopakovat výpočet a srovnat výsledky. Jelikož je, ale práce limitována studentskou licencí v programu Ansys byla síť zjemněna jenom v oblasti největšího plastického přetvoření. Tedy byly zmenšeny velikosti elementů matrice v místě kontaktů s konci vláken, a naopak ve zbytku matrice byly elementy zvětšeny. Což by nemělo ničemu vadit, jelikož ve zbytku matrice se nic významného neděje.

Byla tedy upravena geometrie a následně i síť, detail upravené sítě pak:



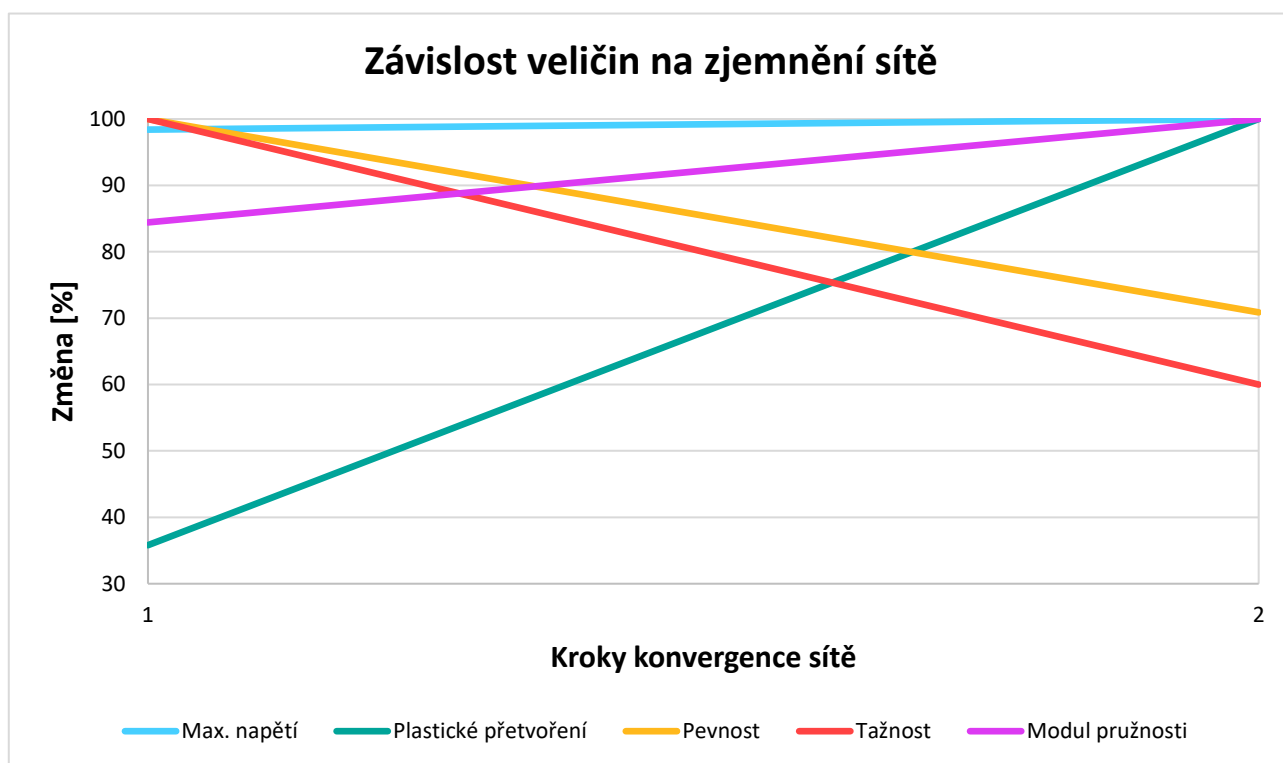
Obrázek 30: Síť po zjemnění v kritických místech

Srovnání všech výsledků, viz Tabulka 6.

Tabulka 6: Srovnání veličin pro původní síť a zjemněnou síť

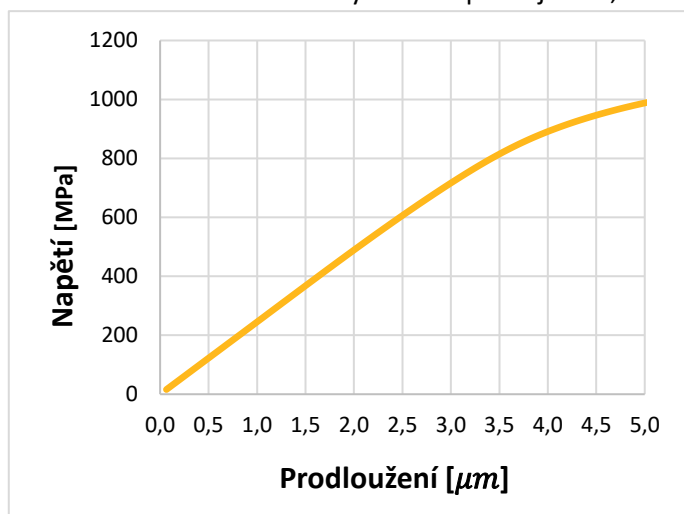
| | Max. napětí | Plastické přetvoření | Pevnost | Tažnost | Modul pružnosti |
|-------------------------|-------------|-------------------------|------------|---------|--------------------|
| | <i>MPa</i> | — | <i>MPa</i> | % | <i>GPa</i> |
| Model s původní sítí | 1 046 | 2,9 | 103 | 2 | 5,15 |
| Model se zjemněnou sítí | 1 063 | 8,1 | 73 | 1,2 | 6,1 |

Pro názornost byl vytvořen Graf 8 znázorňující změnu v procentech při zjemnění sítě v kritických místech. Je tedy více než jednoznačné, že původní síť, bez zjemnění v kritických místech, je dostatečná při výpočtu napětí (rozdíl jen o 1,5 %), ale nedostatečná pro správné určení ekvivalentního plastického přetvoření, kde se jedná o obrovský rozdíl 65 %. Jelikož plastické přetvoření právě určuje pevnost celého kompozitu vedla by původní síť k zásadní numerické chybě. Pro úplnost a správnost výsledků by bylo třeba udělat ještě alespoň jeden krok konvergence sítě, zjemnit síť v kritických místech ještě více a zjistit, zda by výsledek již konvergoval ke správnému výsledku. K tomu ale již nedošlo, protože tato práce je omezena rozsahem studentské licence programu ANSYS, která neumožňuje použít násobně vyšší počet elementů než v případě již zjemněné sítě.

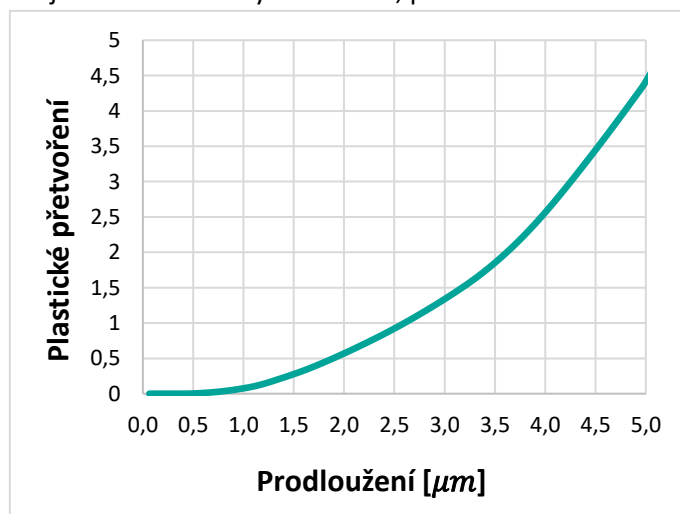


Graf 8: Konvergence sítě

Dále bude tedy brána v potaz jen síť, která je 1x zjemněná v kritických místech, pak:



Graf 10: Závislost Napětí na prodloužení pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty s čely



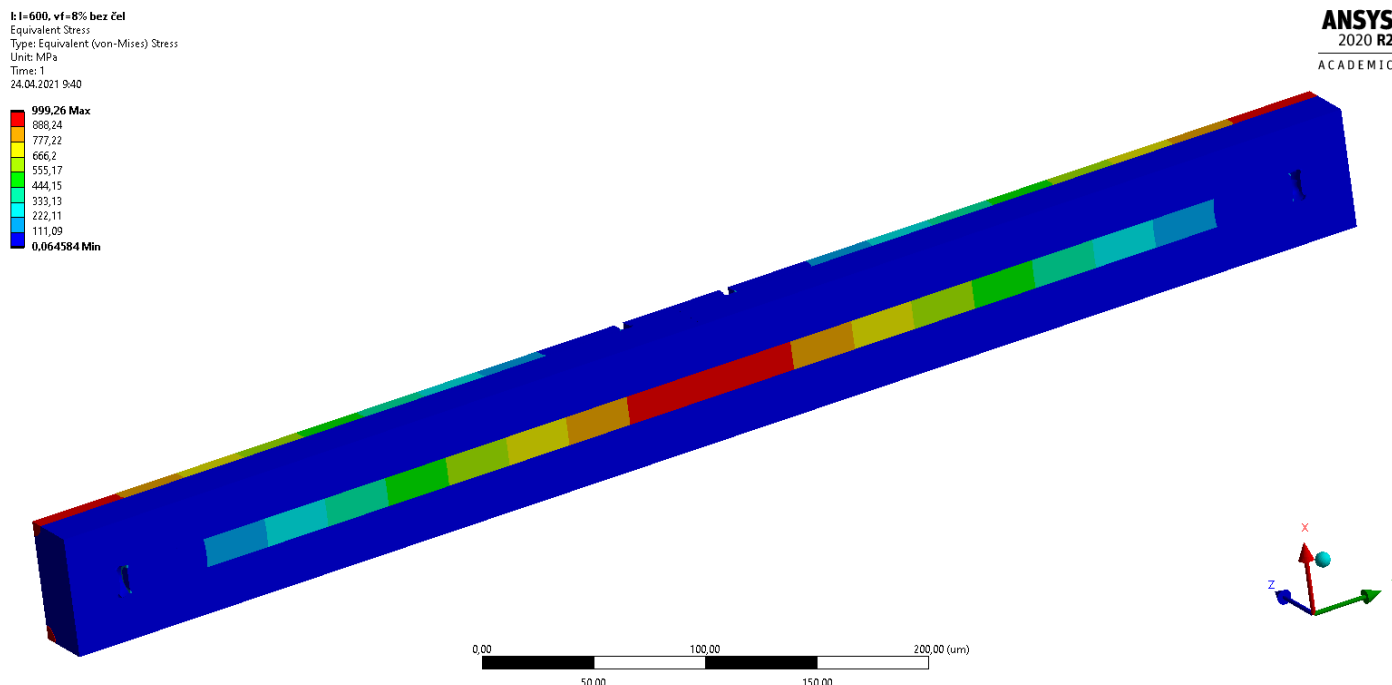
Graf 9: Závislost ekv. Plastického přetvoření na prodloužení pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty s čely

Graf 9 respektive Graf 10 znázorňuje průběh ekvivalentního plastického přetvoření, respektive napětí. Napětí pak po protažení o 2 % délky geometrie již zůstává konstantní a neroste. Plastické přetvoření dosáhne hodnoty 1,77 při protažení o $3,4 \mu m$, což odpovídá tažnosti 1,2 % pro takový materiál. Při tomto protažení působí na model reakční síla o velikosti $61\,144 \mu N$. Když se tato síla podělí průřezem, stejně jako ve vzorci (10.5), tak se získá napětí odpovídající výsledné pevnosti materiálu. Výsledná pevnost pak $73 MPa$.

10.4.5 MKP analýza pro kontakty bez čel vláken

Postup bude totožný s předchozím model až na definované kontakty mezi vlákny a matricí, viz Obrázek 27. Síť, geometrie i okrajové podmínky zůstanou zachovány jako v předchozím případě.

Níže výsledné napětí podle hypotézy HMH. Maximální napětí je opět uprostřed vlákna a to $999 MPa$. Průběh napětí je tedy stejný jako v předchozím případě s kontakty s čely, jen maximální napětí ve vláknech je zhruba jen o $45 MPa$ menší.



Obrázek 31: Napětí pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty bez čel

A podobně jako v předchozím případě, je třeba najít logaritmické plastické přetvoření blízké tažnosti matrice, při protažení o $2,9 \mu m$ se ekvivalentní plastické přetvoření rovná 1,7661. Toto protažení odpovídá tažnosti celého kompozitu o velikosti 0,89 %. A zase stejně jako v předchozím případě byla zjištěna odpovídající reakční síla, $49\,991 \mu N$. A podle rovnice (10.5) se pak pevnost kompozitu, při 8 % objemovém podílu a verzi, kdy nejsou brány v úvahu kontakty čel, rovná $60 MPa$.

Nižší reakční síla a tím pádem i výsledná pevnost než u stejného modelu s kontakty s čely, je dána hlavně větším posunutím, kdy maximum vzniká právě na čelech.

10.4.6 Analytický výpočet pevnosti

Jelikož se jedná o vlákna v jednom směru a o stejné délce, tak pro výpočet pevnosti je využit jeden z nejzákladnějších teoretických výpočetních modelů, a to rozšířená směšovací rovnice, model Kelly-Tyson pro vlákna s podkritickou délkou.

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot v_f \cdot \frac{l}{2l_c} + \sigma_m' \cdot (1 - v_f)$$

$$\sigma_c = 1956 \cdot 0,08 \cdot \frac{600}{2 \cdot 1349,64} + 20 \cdot (1 - 0,08)$$

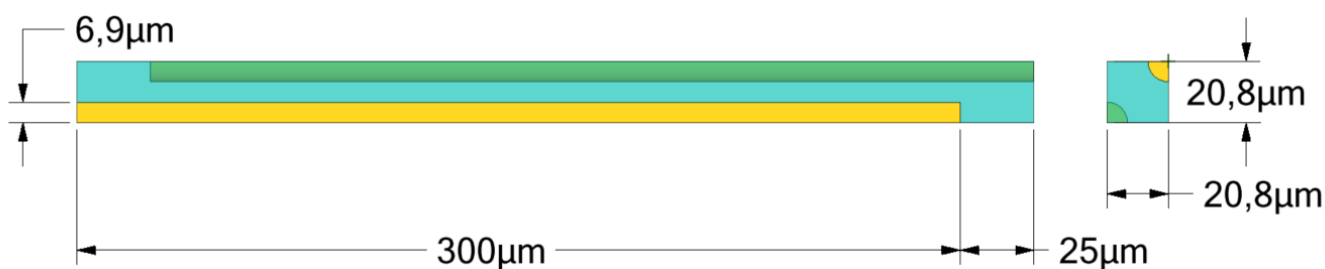
$$\sigma_c = 53 \text{ MPa}$$
(10.6)

10.5 Citlivostní analýza pro změnu objemového podílu

Postup pro další dva modely je totožný, proto budou výsledky jen srovnány v citlivostní analýze, viz Tabulka 7.

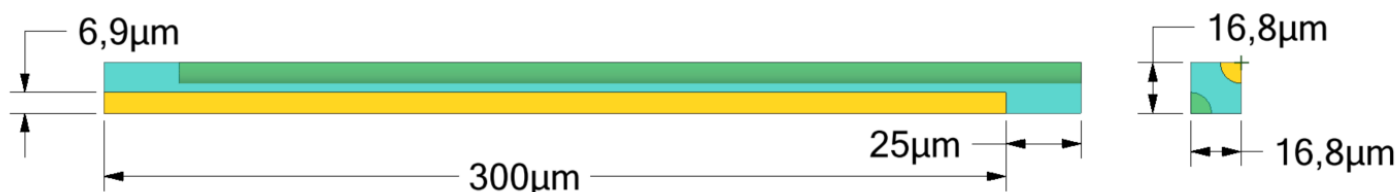
Nastavení dalších modelů (jako okrajové podmínky, síť a symetrie) je totožné s předchozím modelem, liší se akorát geometrie, viz Obrázek 32 a Obrázek 33.

Geometrie pro druhý výpočetní model vypadá následovně:



Obrázek 32: Druhý model s objemovým podílem 16 %

Geometrie pro třetí výpočetní model vypadá následovně:

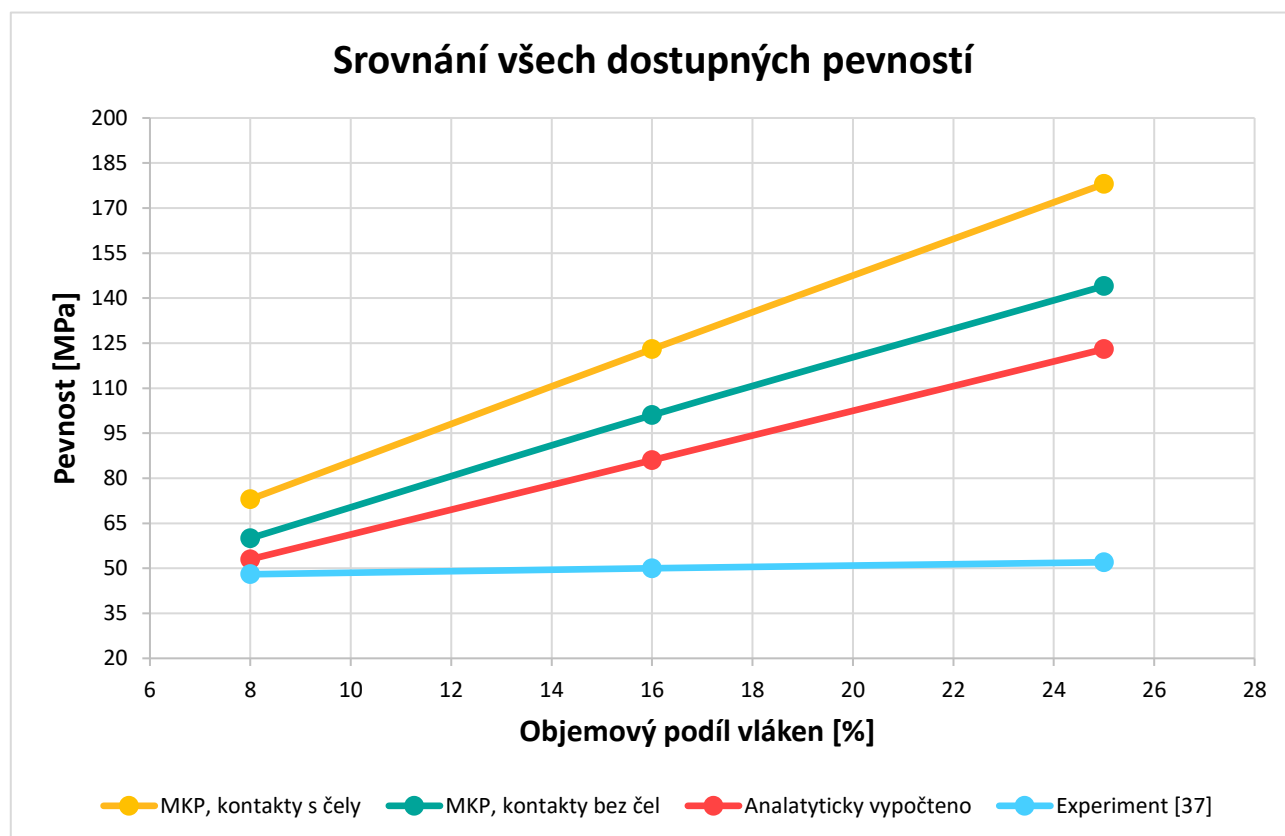


Obrázek 33: Třetí model s objemovým podílem 25 %

Tabulka 7: Citlivostní analýza vlivu objemového podílu na kompozit

| | Průřez | Max. napětí | Pevnost | Modul pružnosti | Reakční síla |
|--------------------------------|-----------|-------------|---------|-----------------|--------------|
| | μm^2 | MPa | MPa | GPa | μN |
| MKP, $v_f = 8 \%$, s čely | 829,44 | 1 063 | 73 | 6,1 | 61 144 |
| MKP, $v_f = 16 \%$, s čely | 829,44 | 999 | 123 | 6,7 | 49 991 |
| MKP, $v_f = 25 \%$, s čely | 432,64 | 1 069 | 178 | 11,1 | 53 245 |
| MKP, $v_f = 8 \%$, bez čel | 432,64 | 999 | 60 | 10,1 | 43 856 |
| MKP, $v_f = 16 \%$, bez čel | 282,24 | 1 065 | 101 | 17,8 | 50 371 |
| MKP, $v_f = 25 \%$, bez čel | 282,24 | 999 | 144 | 13,1 | 40 653 |
| Analyticky, $v_f = 8 \%$ | - | - | 53 | - | - |
| Analyticky, $v_f = 16 \%$ | - | - | 86 | - | - |
| Analyticky, $v_f = 25 \%$ | - | - | 123 | - | - |
| Experiment [37], $v_f = 8 \%$ | - | - | 48 | - | - |
| Experiment [37], $v_f = 16 \%$ | - | - | 50 | - | - |
| Experiment [37], $v_f = 25 \%$ | - | - | 52 | - | - |

10.5.1 Srovnání pevností



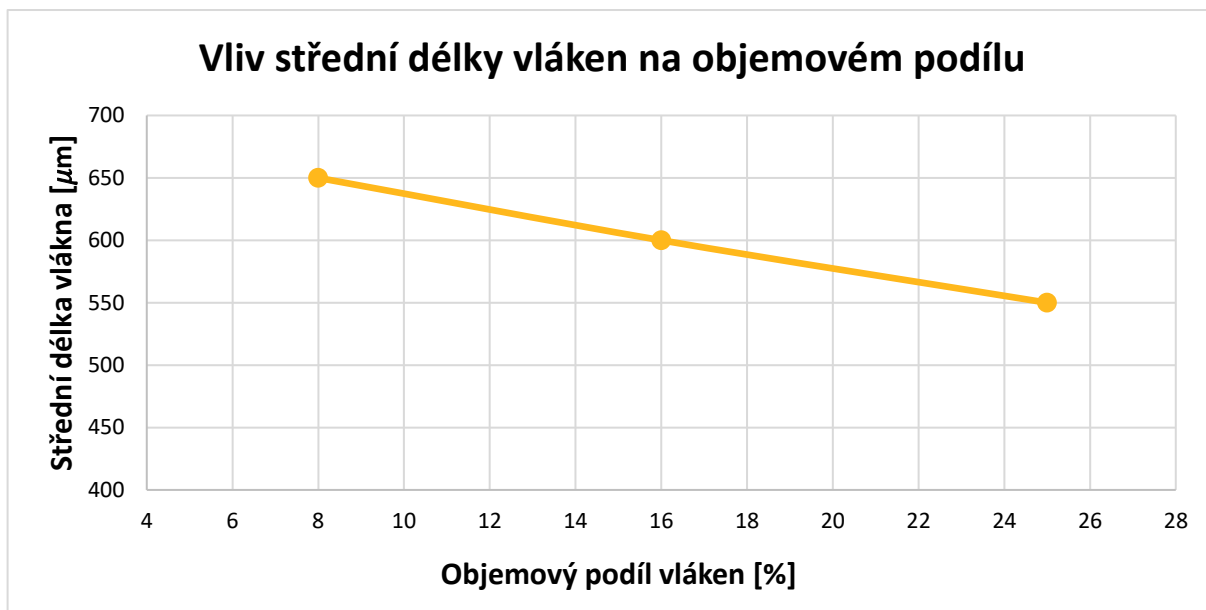
Graf 11: Srovnání pevností v závislosti na objemovém podílu vláken

Jak lze vidět výše, viz Graf 11, tak podle teoretických předpokladů, s přibývajícím objemovým podílem vláken, také roste pevnost celého kompozitního materiálu, téměř lineárně u výsledků z MKP analýzy a z analytických výsledků. Naopak pevnost výrazně neroste s rostoucím objemovým podílem u dat z experimentu [37], to je dáno jednak tím, že čím je větší objemový podíl, tím je menší střední délka skleněných vláken. A tato délka má pak výrazný vliv na celkové maximální možné přenesené napětí vlákna. Jak už bylo řečeno dříve, kompozit je tím pevnější, čím je střední délka vláken delší než kritická délka. Z toho vyplývá, že více vláken v kompozitu vede k vyššímu poškození délek vláken, viz Graf 13, tenhle jev se připisuje hlavně mnohem větší interakci mezi vlákny [37]. Naproti tomu, MKP analýza toto nerespektovala.

Pro jednotlivé výsledky lze pozorovat, že při 8 % objemovém podílu se pevnost při MKP analýze s kontakty s čely liší oproti experimentu nejvíce, a to o celých 34 %, pro MKP s kontakty bez čel vláken je pak rozdíl menší a to o 20 %. Zajímavé je srovnání s analytickým výpočtem, kde se pevnost oproti experimentu v tomhle případě liší pouze o 9 % a oproti MKP s kontakty bez čel také pouze o 11 %. Pro 16 % objemový podíl vláken je již situace jiná, rozdíly výsledků z MKP analýzy a z analytických výpočtů vycházejí procentuálně zhruba stejně, ale narůstá zde mnohem větší odchylka od experimentu. Konkrétně pak rozdíl analytického výsledku od MKP analýzy s čely činí 30 % a od MKP analýzy bez čel pak 14 %, odchylky od experimentu pak jsou pro analytický výpočet, respektive MKP analýzy bez čel, respektive MKP analýzy s čely, 41 % respektive 50 %, respektive 59 %. Podobná situace nastává pro kompozitní materiál s objemovým podílem 25 %, kde se pak MKP analýza s čely liší od analytického výpočtu o 30 % a oproti MKP analýzy bez čel 14 %, což jsou naprosto stejné procentuální rozdíly jako v případě 16 % objemového podílu vláken. Oproti experimentu se pak jedná zase ještě o mnohem větší rozdíly, konkrétně v případě analytického výpočtu, respektive MKP analýzy bez čel, respektive MKP analýzy s čely se jedná o rozdíl o 58 %, respektive o 64 %, respektive o 71 %. Výsledky jsou dány hlavně tím, jak již bylo řečeno výše, že v experimentu se téměř nemění pevnost s přibývajícím objemovým podílem, kdežto v MKP analýze i v analytickém výpočtu roste lineárně.

Tedy z hodnot, které byly experimentálně změřeny pro reálný materiál lze pro všechny objemové podíly říct, že je pevnost vždy nižší než v případě MKP analýzy nebo analytického výpočtu. To je dáno tím, že v reálném materiálu již neexistuje žádné zjednodušení, které se vyskytují v modelech MKP a které výrazně snižují účinnost vyztužení. A to hlavně různý rozptyl délek vláken a také jejich různorodá orientace. Také lze pozorovat, že výsledky se nejvíce shodují při nejnižším objemovém podílu vláken, 8 %, to je pravděpodobně dáno právě tím, že dochází jen k minimálním interakcím koncentrací napětí na koncích vláken a také se nejvíce shoduje střední délka vlákna k délce vlákna v modelu pro MKP.

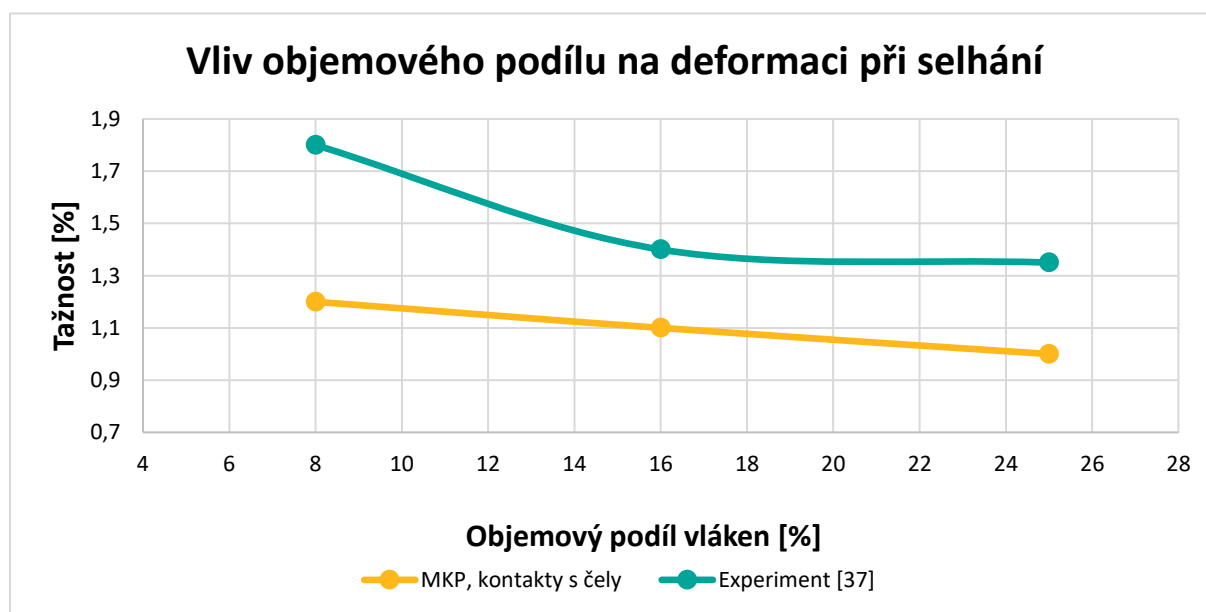
U analytických výsledků a výsledků získaných metodou konečných prvků v programu Ansys lze pozorovat, že nejvyšší hodnoty jsou dosaženy při MKP analýze pro kontakty s čely. A naopak analytickému výpočtu se mnohem více blíží MKP analýza, kde se nebere v potaz rozložení napětí v čelech vláken. Což je logické, protože to nebere v potaz ani základní model Kelly-Tyson podle kterého byla pevnost analyticky vypočtena a jak lze vidět, tak vlákna s podkritickou délkou dost ovlivní. Nepřesnost analytického výpočtu je také daná množstvím dalších faktorů, které ovlivňují výpočet. Pravda bude pravděpodobně někde uprostřed a vliv čel vláken opravdu nebude tak významný.



Graf 13: Závislost objemového podílu a průměrné délky vlákna. Převzato a upraveno z [37]

10.5.2 Srovnání tažnosti

Jako poslední je srovnán vliv objemového podílu na tažnosti celého kompozitního materiálu, viz Graf 14. Výpočty pomocí MKP analýzy i v experimentu [37] ukazují, že s rostoucím objemovým podílem vláken se snižuje tažnost. Experiment tenhle jev vysvětluje tím, že příčinnou tohoto účinku je tvorba trhlin matrice na koncích vyztužených vláken a následně, jak se zvyšuje napětí, se na koncích kratších vláken postupně tvoří další trhliny. Zpočátku to může být způsobeno přenosem zatížení na sousední vlákna, která přemostují popraskanou oblast. Ke konečnému selhání materiálu pak dojde, když okolní vlákna a matrice již nemohou podporovat rostoucí zatížení [37]. Napětí při deformaci tedy úzce souvisí s konci vláken, a přesněji s počtem konců vláken. Čím větší je počet konců vláken, tím menší je napětí při selhání.



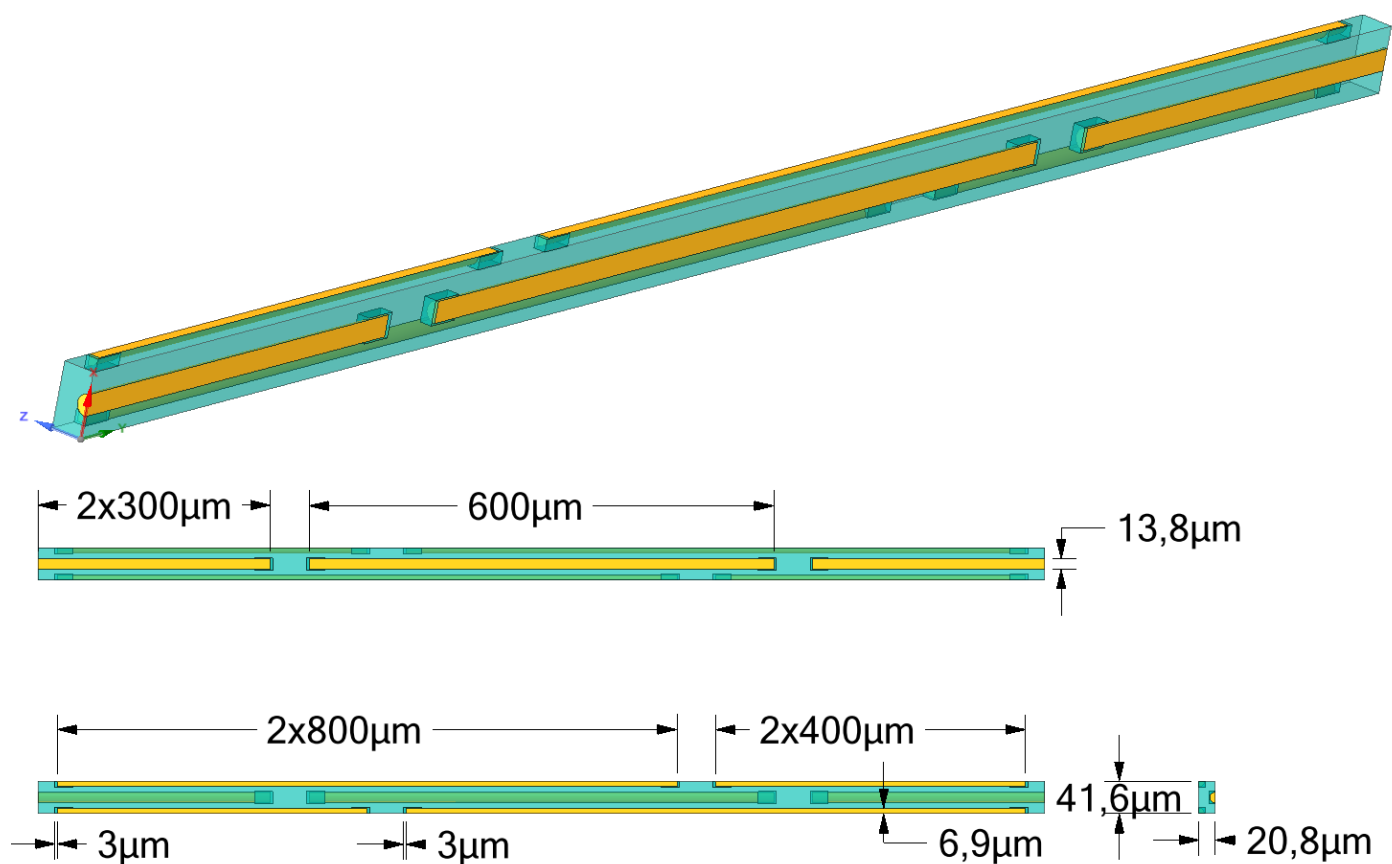
Graf 14: Závislost objemového podílu na tažnosti kompozitu.

11 ANALÝZA VLIVU RŮZNÝCH DÉLEK VLÁKEN

V téhle kapitole je analyzován model, ve kterém již není jednotná délka vlákna stanovena na $600\ \mu\text{m}$, ale je vytvořena geometrie, ve které jsou 2 vlákna o délce $400\ \mu\text{m}$, další 2 vlákna o délce $800\ \mu\text{m}$ a 3 vlákna o délce $600\ \mu\text{m}$. Všechny to jsou tedy vlákna s podkritickou délkou a průměrná délka vlákna v této geometrii zůstává zachována na $600\ \mu\text{m}$. Také zůstane zachován objemový podíl jako u druhého modelu, tedy na 16 %.

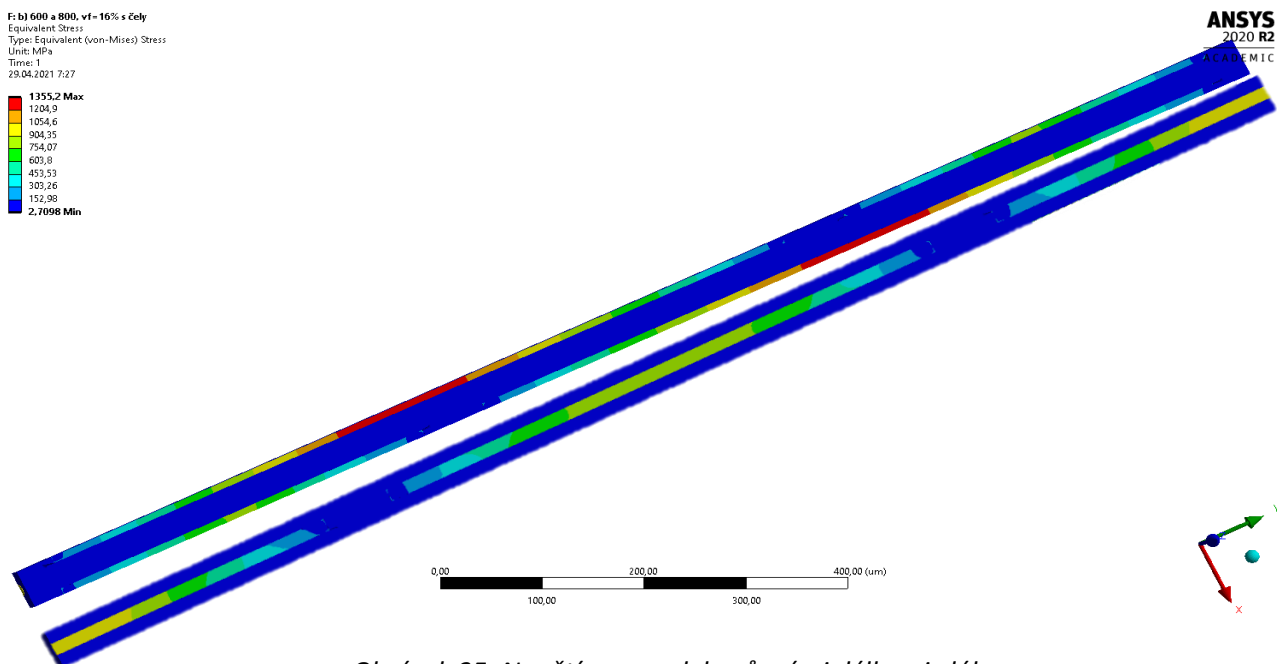
Nastavení modelu je opět principiálně stejné. Ale jedná se o rozměrově větší geometrii, takže aby počet elementů v konečnoprvkové síti byl v rozsahu studentské licence Ansys, bylo zjemnění v kritických místech provedeno, tak že element je zde o velikosti $1\ \mu\text{m}$, kdežto v předešlých geometriích se jednalo o velikost elementu $0,5\ \mu\text{m}$. Proto při srovnání pevnosti pro stejný objemový podíl je třeba mít na paměti nestejnou velikost elementů.

Geometrie modelu:



Obrázek 34: Výsledný model s různými délkami vláken

Jak již bylo vysvětleno dříve, lze pozorovat, že maximální napětí přenáší jenom nejdelší vlákna o délce $800\ \mu\text{m}$, viz Obrázek 35. Zbytek je totožný jako s předchozími modely, největší plastické přetvoření je opět na koncích kontaktů s vlákny. Při prodloužení o $15,34\ \mu\text{m}$ se ekvivalentní plastické přetvoření rovná tažnosti matrice. Reakční síla pro tento posuv je $109\ 150\ \mu\text{N}$, která pro průřez vyvolá napětí $126\ \text{MPa}$. Toto napětí lze opět považovat za pevnost kompozitního materiálu.



Obrázek 35: Napětí pro model s různými délkami vláken

Model byl také stejným způsobem vypočten s kontakty bez čel vláken, viz citlivostní analýza, Graf 16. Pevnost se pak pro tuto verzi rovná 82 MPa.

11.1 Analytický výpočet pevnosti

Stále se jedná o kompozitní materiál s jednosměrně zarovnanými vlákny, které ale již nejsou stejně dlouhé, proto je pevnost spočítána podle všech tří modelů pevnosti, které byly vysvětleny v kapitole 9.

11.1.1 Model Kelly-Tyson pro podkritickou délku

Podle tohoto modelu bude pevnost vypočtena stejně jako v rovnici (10.6) a bude stejná jako v předchozím případě, viz Tabulka 7, tedy 86 MPa.

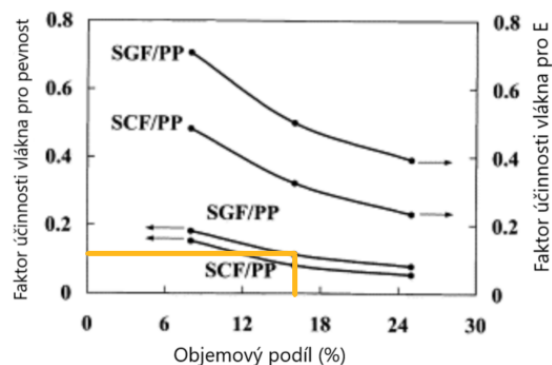
11.1.2 Model B. Lauke, E. Mader

Je třeba zmínit, že tenhle model pro analytický výpočet kompozitního materiálu snižuje účinnost výztuže pro reálný materiál, tedy pro materiál, kde mohou být vlákna mnohem kratší, a hlavně kde jsou vlákna vůči zatížení různě orientována. Graf 15 pak určuje faktor účinnosti vlákna pro pevnost.

$$\sigma_c = \lambda_\sigma \sigma_f V_f + \sigma_m' (1 - V_f)$$

$$\sigma_c = 0,12 \cdot 1956 \cdot 0,16 + 20 \cdot (1 - 0,16) \quad (11.1)$$

$$\sigma_c = 54 \text{ MPa}$$



Graf 15: Určení faktoru účinnosti vlákna pro pevnost

11.1.3 Model Shao-Yun

Podle tohoto modelu se pevnost vypočítá:

$$\sigma_c = x_1 x_2 v_f \sigma_f + \sigma_m \cdot (1 - v_f) \quad (11.2)$$

Kde x_1 je konstanta ovlivněna různou orientací vláken, v tomhle případě, kde jsou všechna vlákna ve směru zatížení se $x_1 = 1$ a pro různou délku vláken se x_2 vypočte:

$$x_2 = \int_{L_{min}}^{L_c} \frac{L^2}{2L_c L_{mean}} f(L) dL + \int_{L_c}^{L_{max}} \frac{L}{L_{mean}} \left(1 - \frac{L_c}{L}\right) f(L) dL \quad (11.3)$$

Hustota pravděpodobnosti délky vlákna byla navržena následovně [30]:

$$f(L) = \delta b L^{b-1} e^{-\delta L^b} \quad (11.4)$$

Kde $L_c = 1350$, $L_{min} = 400$, $L_{max} = 800$ a $L_{mean} = 600$, parametr tvaru $b = 1,5$ podle studie zdroje [30] a parametr měřítka δ je vypočten ze vzorce pro nejpravděpodobnější délku vláken $L_{mod} = 600$, pro který platí:

$$L_{mod} = \left[\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta b} \right]^{1/b} \quad (11.5)$$

Parametr byl pak vypočten v Matlabu, viz Obrázek 36.

Celý integrál byl následně také vypočten v programu Matlab, kde:

```
K>> syms L a
Lmean=0.6;
Lc=1.35;
b=1.5;
Lmod=0.6;
vys=(1/a)-(1/(a*b))^(1/b)==Lmod;
delta=vpa(solve(vys,a));
delta=subs(delta)
Lmin=0.4;
Lmax=0.8;
x=vpa(int(((L^2)/(2*Lc*Lmean))*(delta*b*L^(b-1)*exp(-delta*L^b)),L,Lmin,Lc)+int(((L)/(Lmean))*(1-(Lc/L))*(delta*b*L^(b-1)*exp(-delta*L^b)),L,Lc,Lmax))

delta =

0.71721913818655868244060470366341

x =

0.38097540507846465576032230699225
```

Obrázek 36: Skript z Matlabu pro výpočet integrálu

$$x_2 = 0,381$$

Pevnost kompozitního materiálu podle tohoto teoretického modelu pak:

$$\sigma_c = 0,381 \cdot 0,16 \cdot 1956 + 20 \cdot (1 - 0,16)$$

$$\sigma_c = \mathbf{136 \text{ MPa}} \quad (11.6)$$

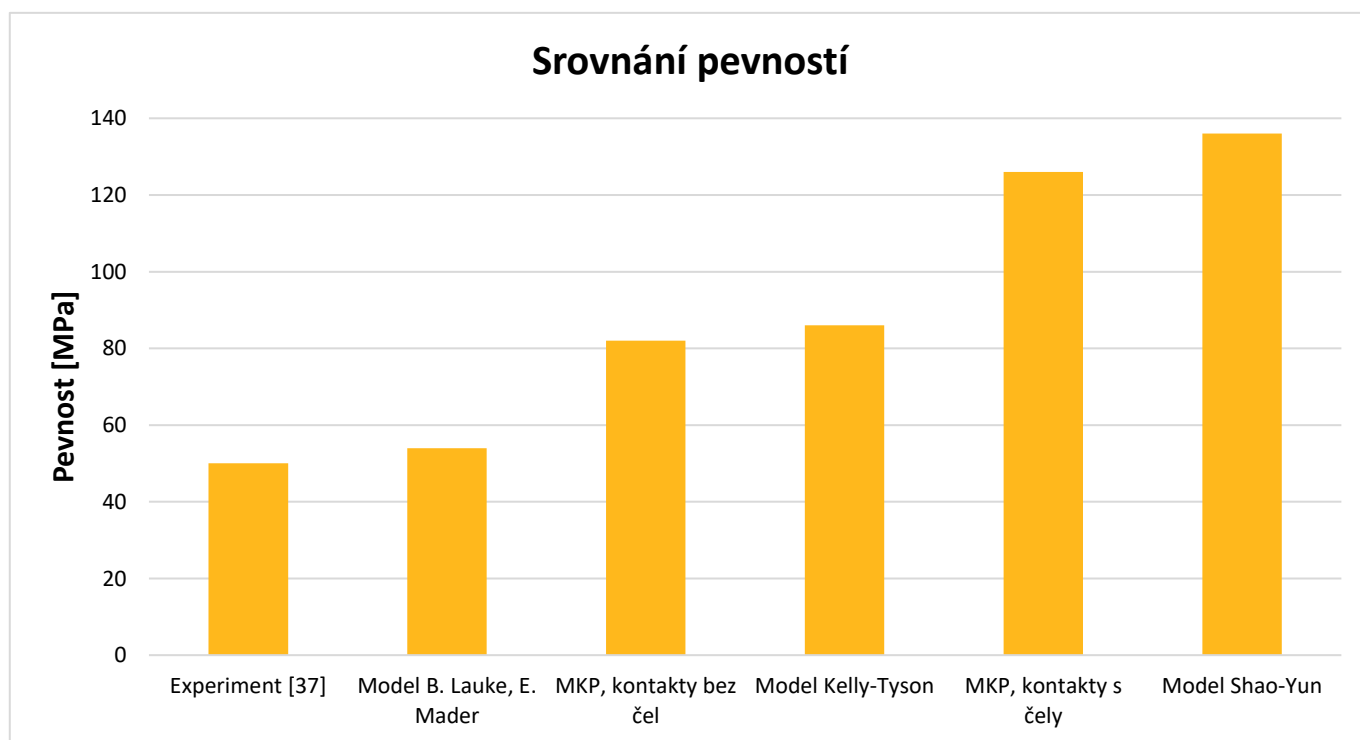
11.2 Srovnání pevností

Jak lze vidět níže, viz Graf 16, téměř shodné výsledky jako v experimentu lze získat z analytického výpočtu podle metody Model B. Lauke, E. Mader, kde je rozdíl v pevnostech jen 7 %. Tento výsledek se dal předpokládat, protože právě tento model byl popsán ve stejné studii, která realizovala experiment.

Nedostatek tohoto analytického výpočtu je právě v tom, že se na základě objemového podílu určí velikost faktoru účinnosti výztuže, a tento faktor pak v sobě již nese informace o snížení účinnosti vlivem různé orientace vláken a také různé délky vláken. Tento analytický model tedy vychází z naměřených dat a byl vytvořen, tak aby výsledky co nejvíce odpovídali reálnému materiálu. Pro materiál, kde ale vlákna budou ve stejném směru jako zatížení a třeba také s nadkritickou délkou se naopak může velice lišit. S tímto modelem se nelze dopočítat stejné pevnosti, kdy je známa orientace vláken a délka vláken, proto se teoretický model pro výpočet pevnosti analyticky od MKP analýzy s čely, respektive bez čel liší o celých 57 %, respektive o 34 %.

Jednoduchý analytický model pevnosti podle Kelly-Tyson se pak nejvíce blíží hodnotě vypočtené v MKP analýze při výpočtu bez kontaktů čel vláken, a to o pouhých 5 %. To pravděpodobně proto, jak již bylo vysvětleno dříve, že tento model, také nepředpokládá přenos napětí přes čela vláken a navíc proto, že střední délka vláken je stále $600\text{ }\mu\text{m}$. Oproti experimentu se pak liší o 41 % a to ze zjevného důvodu, že model také nepředpokládá různou orientaci vláken, ve skutečných modelech by nejkratší vlákna byla ještě mnohem kratší.

A naopak složitější teoretický model pro výpočet pevnosti krátkovláknových kompozitů podle Shao-Yun se nejvíce blíží MKP analýze s kontakty s čely, kdy se pevnosti liší pouze o 7 %. Je to dáno tím, že model přes Weibullovo tříparametrové rozdělení dovoluje do vzorce pro výpočet pevnosti variabilně dosazovat různorodost délek vláken a také různou orientaci vláken. V tomhle případě se jednalo a vlákna ve směru zatížení, ale o jiných délkách, to všechno se do vzorce dalo dosadit přes funkci hustoty pravděpodobnosti délky vlákna a výsledek je téměř identická pevnost jako v MKP analýze s kontakty s čely. Pevnost tohoto modelu v porovnání s experimentálně získanou pevností je odlišná o 63 %. Což je dáno důvody, které byly již uvedeny výše, hlavně jednoduchostí modelu. Kdy je model vytvořen stále s určitou pravděpodobností, kde jsou vlákna v jednom směru aj.



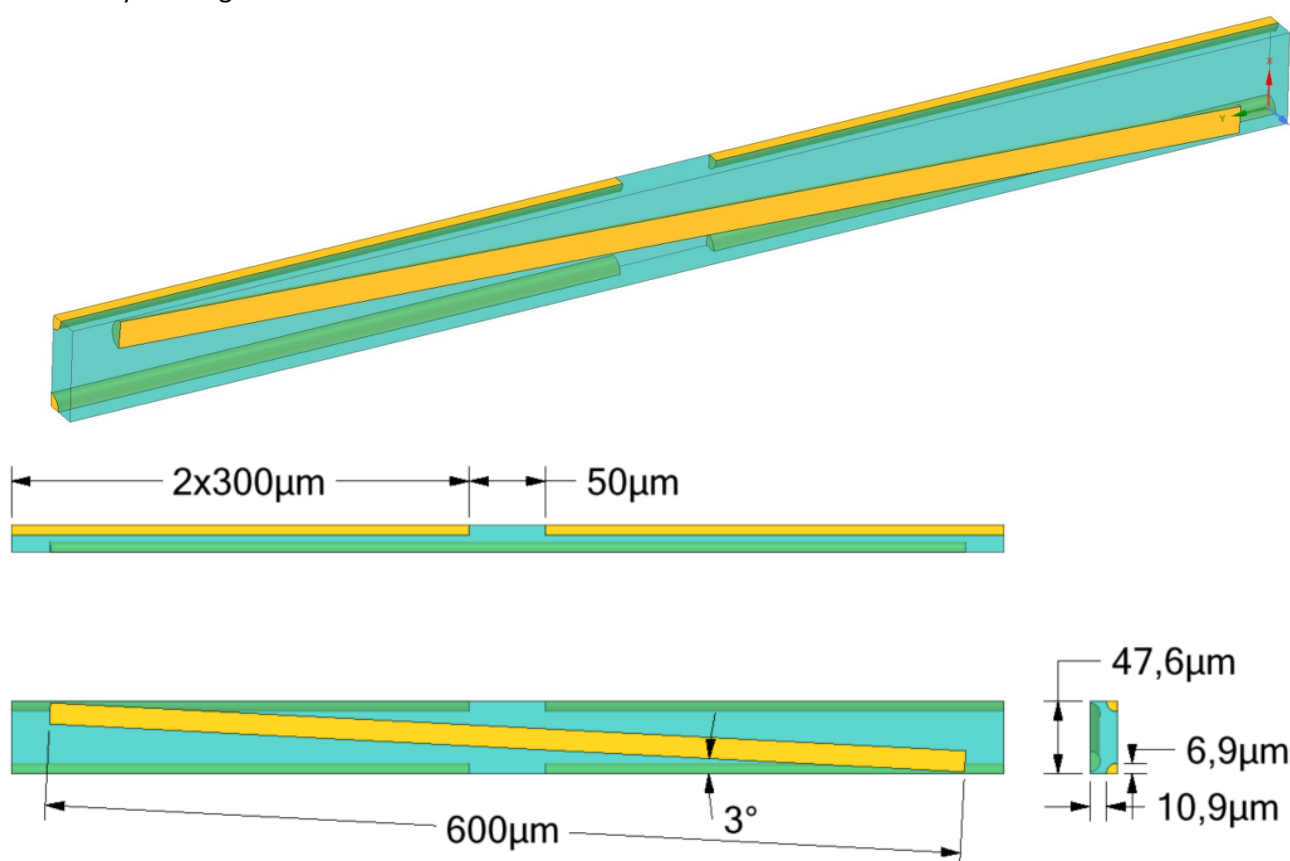
Graf 16: Srovnání všech dostupných pevností pro objemový podíl 16 %

12 ANALÝZA VLIVU RŮZNÉ ORIENTACE VLÁKEN

Na začátek je třeba říct, že tento model je velice omezen, jelikož aby se dostatečně projevilo vliv různé orientace vláken vůči zatížení bylo by potřeba vytvořit mnohem větší, komplexnější model, který by zahrnoval mnohem více vláken a mnohem větší odklony vůči zatížení. Protože je ale práce limitovaná studentskou licencí a taky nepříliš výkonným počítačem, tak bylo zapotřebí zase použít symetrie, je tedy vytvořeno jen jedno vlákno, které není ve směru zatížení. A ještě je od zatížení odkloněno jen v jedné rovině jen o jednotky stupňů.

Jak je již popsáno výše je vytvořen podobný model jako v předchozích případech, až na to že jedno vlákno je vůči zatížení v jedné rovině odkloněno o 3° . Střední úhel oproti zatížení je pak pouhých $0,6^\circ$. Je vytvořeno celkem 5 vláken o stejné velikosti $600\ \mu\text{m}$, ale celé je v geometrii jen jedno, další 4 prochází osou symetrie a jsou tedy poloviční.

Výsledná geometrie:

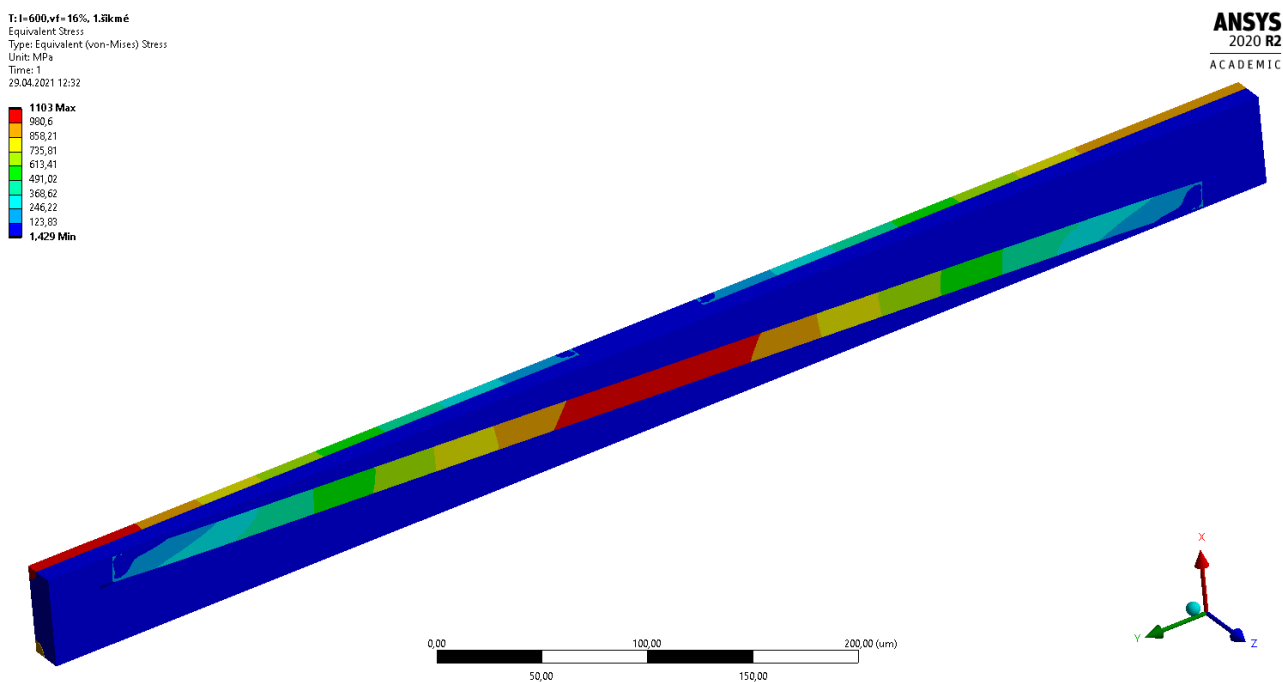


Obrázek 37: Geometrie modelu s různou orientací vlákna

Model byl dále nastaven stejně jako v předchozích případech.

Jak lze vidět (Obrázek 38) průběh i maximální napětí v tomto modelu jsou téměř totožné jako v modelu, kdy jsou vlákna ve stejném směru. Znamená to tedy, že odklon vláken je příliš malý na to, aby se vůbec nějak dokázal ve výsledcích projevit. Maximální plastické přetvoření je zase v místech na koncích kontaktů čel. V momentu, kdy se plastické přetvoření rovná tažnosti matrice v logaritmických hodnotách je vypočítaná pevnost přes reakční sílu a průřez, která zase vychází stejně jako v modelu se stejnosměrnými vlákny. Proto tento model nebude více rozváděn, jelikož sklon vláken vůči zatížení není dostatečný pro dokázání vlivu orientace vláken.

Napětí podle HMM pak:



Obrázek 38: Napětí pro model s různou orientací vláken

13 OMEZENÍ PRÁCE

Tuto práci limituje množství věcí, které je třeba brát v potaz. Prvním a hlavním omezením práce je studentská licence programu Ansys a také výkon počítače, který neodpovídá složitosti výpočtů. Jak již bylo řečeno dříve licence, která není omezena na uzly a elementy sítě by dovolila ještě jeden krok konvergence sítě, která by nepochybně prospěla validaci dosažených výsledků. Také by bylo třeba vytvořit komplexnější geometrie s větší náhodností vláken pro získání stejné pevnosti jako v experimentu. Práce je také omezena jen na síť se zjemněním v kritických místech. S tímto zjemněním pak ale naopak nesedí tažnost celého materiálu s experimentem. Jinými slovy, zjemnění sítě vede sice ke snižování vypočtené pevnosti směrem k experimentálním hodnotám, ale také ke snižování vypočtené tažnosti kompozitu pod experimentální hodnoty. Proto by bylo vhodné volit síť podle toho, co je třeba simulovat, zda silově řízený problém, nebo deformačně řízený. Pokud by o selhání kompozitu mělo rozhodovat kritérium maximálního přetvoření, tak by bylo pravděpodobně třeba použít síť bez zjemnění a pokud podle kritéria maximálního napětí, tak naopak síť se zjemněním, což je v oblasti pevnostních analýz u kompozitních materiálu běžné.

14 ZÁVĚR

Cílem bakalářské práce byla pevnostní analýza krátkovláknových kompozitů.

V teoretické části práce byly popsány teoretické principy mechaniky kompozitů vyztužených krátkými vlákny a srovnány s mechanikou dlouhovláknových kompozitů. Byl vysvětlen základní teoretický odhad přenosu napětí z matrice na vlákno podle Coxeho. Také je popsán pojem kritická délka vlákna, a právě důležitost délky vlákna v kompozitu a proč s přibývajícím objemovým podílem vláken nedochází k markantnímu nárůstu pevnosti. Jako hlavní bod rešerše je pak rozbor teoretických modelů používaných k analytickému výpočtu pevnosti pro krátkovláknové kompozity. Jsou popsány konkrétně 3 modely, a to jeden z nejstarších a nejzákladnějších modelů a také dva mnohem komplexnější studované modely, které nabízí pohled na pevnost materiálu z mnoha úhlů a vychází z několika experimentálních měření.

V praktické části je pak vytvořeno několik konkrétních modelů pro analýzu MKP, které se zabývají vlivy na pevnost. Výsledky jsou pak vždy vypočteny ještě i analyticky podle rozebraných teoretických modelů pevnosti krátkovláknových kompozitů. A tyto výsledky jsou pak vždy srovnávány s výsledky z experimentu pro stejný materiál.

Jako první byla provedena analýza vlivu objemového podílu na pevnost a tažnost materiálu. Numerické výsledky byly posuzovány ve dvou variantách, a to s kontakty bez čel a s kontakty s čely, analytické výsledky pak byly vypočteny pouze základním modelem Kelly-Tyson, který bere v úvahu podkritickou délku vlákna, nicméně tento model byl dostatečný, jelikož se v geometrii vyskytují pouze vlákna ve směru zatížení a také vlákna jednotné délky. Při zkoumání maximálního napětí v kompozitu byla potvrzena teoretická predikce a to, že se napětí na vláknech šíří od konců vláken od nuly, až po maximální napětí ve středu vláken. Také byla analyzována podkritická délka vláken, kdy kompozit podle očekávání selže ještě dříve, než by materiál vláken dosáhl meze pevnosti. Při citlivostní analýze vlivu objemového podílu na pevnost se zjistilo, že při MKP modelech i při analytických výpočtech s rostoucím objemovým podílem, také lineárně roste pevnost celého materiálu, což je největší rozdíl při srovnání dat z experimentu. Kde se naopak s růstem objemového podílu pevnost téměř nemění, naopak se ale výrazně mění střední délka vláken. Čímž se rapidně snižuje přenesení většího napětí vlákny, jak bylo vysvětleno v rešerši. Proto, je nejmenší rozdíl mezi experimentálním výsledkem pevnosti a analytickým výpočtem s nejmenším počítaným objemovým podílem 8 %, rozdíl pak je jen 9 % a v porovnání s MKP analýzou s kontakty bez čel 11 %. A naopak s větším objemovým podílem se výsledky mnohem více vzdalují experimentu, konkrétně v případě 25 % objemového podílu se pevnost získaná experimentem s pevností vypočtenou analyticky, respektive získanou MKP analýzou (kontakty s čely vláken) liší o 71 %, respektive o 58 %.

V druhé části pevnostní analýzy, byl pak zkoumán vliv různé délky vláken. Tento model je omezen studentskou licenci, kdy mohly být vytvořeny vlákna jen ve třech různých délkách. Což se negativně projevuje do průkaznosti vlivu různé délky. V geometrii byla zachována střední délka vláken na $600\ \mu\text{m}$, pro tento model byl analytický výpočet doplněn o další dvě metody. A výsledkem bylo, že teoretický model pro analytický výpočet, který byl popsán ve studii, která také na materiálu provedla experiment, se opravdu téměř přesně shoduje s experimentem. Pevnost se zde liší pouze o 7 %. Naopak komplexní model, který využívá Weibullova tříparametrového rozdělení a funkci hustoty pravděpodobnosti délky vlákna se nejvíce blíží MKP analýze s kontakty s čely, kdy je rozdíl v pevnostech také pouze 7 %. Výsledky tedy vycházejí podle předpokladů, kde dále pevnost nejjednoduššího teoretického analytického modelu, který ve výpočtu zahrnuje pouze kritérium pro kritickou délku vlákna, se téměř přesně shoduje (rozdíl 5 %) s MKP modelem bez čel vláken.

Při analýze vlivu orientace vláken na pevnost kompozitu se bohužel nepovedlo se studentskou licenci v programu Ansys vytvořit dostatečně kvalitní model, tedy model, kde by byl střední úhel sklonu od zatížení dostatečně velký. Ve vytvořené geometrii se průměrný úhel sklonu rovná pouhých $0,6^\circ$, což podle MKP analýzy na materiál nemá vůbec žádný vliv, a dokonce i samotné vlákno, které je od zatížení odkloněno o 3° stále přenáší maximální napětí. Také byla vytvořena geometrie, v které byla část jednoho vlákna kolmo na zatížení, kde se předpokládalo, že jedno takové vlákno pak řídí selhání celého krátkovláknového kompozitu. Tato predikce se, ale neprokázala a toto vlákno v kolmém směru nemělo na průběh napětí ani na pevnosti materiálu žádný vliv.

V rámci další snahy dosažení pevnosti stejné jako v experimentu přes MKP analýzu byly také vytvořeny modely, kde jsou vlákna v podélném směru mnohem blíže u sebe, konkrétně na vzdálenost $2\ \mu\text{m}$ místo $50\ \mu\text{m}$. V tomto modelu šlo o ověření teorie z experimentu, že se se na koncích vláken koncentruje napětí. Při MKP analýze se, ale tato predikce nepotvrdila a není proto součástí práce.

Z práce tedy vychází, že vypočítat pevnost kompozitního materiálu pomocí analytických metod není vůbec triviální problém. Každopádně poslední model Shao-Yun je tak komplexní, že jím dokonce pomocí Weibullova tříparametrového rozdělení lze vypočítat střední délku vláken a střední úhel orientace vláken, a s tím pak vypočítat celkovou pevnost materiálu, která se v tomhle případě téměř přesně shodovala s MKP analýzou (rozdíl 7 %, který může být zatížen numerickou chybou), naopak nevýhodou tohoto modelu je jeho složitost. Zajímavou částí práce je také to, že pro krátkovláknový kompozitní materiál stačí 8 % objemový podíl vláken, jelikož reálně se pak již pevnost materiálu se zvyšujícím se objemovým podílem vláken příliš nemění. Při srovnání vlivu různých proměnných, které ovlivňují pevnost, jasně vyplynulo, že jednou z nejdůležitějších veličin určující pevnost celého kompozitu je právě délka vláken, která určuje přenos maximálního napětí. Je tedy důležité respektovat rozptýl délek vláken, protože to značně ovlivňuje vypočtenou pevnost, snižuje ji směrem dolů, přibližuje k pevnosti z experimentů.

15 CITACE

[1] VRBKA, Jan. *Mechanika kompozitů* [online]. Brno, 2008 [cit. 2020-11-13]. Publikace. Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně.

[2] MATUŠŮ, Martin. *Analýza průhybu kompozitních nosníků* [online]. Praha, 2017 [cit. 2020-11-13]. Dostupné z: <https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/69720/F2-BP-2017-Matusu-Martin-Analyza%20pruhybu%20kompozitnich%20nosniku.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze. Vedoucí práce Ing. Bc. Zdeněk Padovec.

[3] *Kompozitní materiály* [online]. Praha, 2015 [cit. 2020-11-13]. Dostupné z: <http://tpm.fsv.cvut.cz/vyuka/main/MI11.pdf>. Prezentace. České vysoké učení technické v Praze.

[4] Synergie. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-, 2018 [cit. 2020-11-13]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Synergie>

[5] NOVOTNÝ, Bc. Vojtěch. *Vliv technologických parametrů na jakost obrobené plochy při CNC frézování kompozitů* [online]. Zlín, 2016 [cit. 2020-11-13]. Dostupné z: https://dspace.tul.cz/bitstream/handle/15240/20597/BP_Pich.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Vedoucí práce Ing. Ondřej Bílek Ph.D.

[6] BADER, Michael G. a Alistair R. HILL. Short Fiber Composites. *Materials Science and Technology*. [cit. 2020-11-15] Wiley-VCH Verlag GmbH & Co., 2006, s. 293-337. ISBN 9783527603978.

[7] KOŘÍNEK, Zdeněk. Kompozity. Kompozity [online]. Praha: Webnode, 2016 [cit. 2020-11-15]. Dostupné z: https://drive.google.com/file/d/0B8vQSuH1vI_vV1I5RHg1SIFPNW8/view?usp=sharing

[8] MIKULA, Martin. *KOMPOZITNÍ MATERIÁLY NA BÁZI UHLÍKOVÝCH VLÁKEN* [online]. Praha, 2012 [cit. 2020-11-17]. Dostupné z: <https://core.ac.uk/download/pdf/30292471.pdf>. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze.

[9] EHRENSTEIN, Gottfried W. *Polymerní kompozitní materiály*. Praha: Scientia, 2009. ISBN 978-808-6960-296 [cit. 2021-01-15].

[10] VAN HATTUM, F. W. J. a C. A. BERNARDO. A model to Predict The Strenght of Short Fiber Composites. *Polymer Composites*. 1999, 1999(4) [cit. 2021-01-15].

[11] Grant, E. - Leavenworth, R.: *Statistical quality control*. McGraw-Hill 1996, 764 s., ISBN 0-07-844354-7, [cit. 2021-02-03].

[12] Log-Normal Distribution. In: *Investopedia* [online]. [cit. 2021-02-06]. Dostupné z: <https://www.investopedia.com/terms/l/log-normal-distribution.asp>

[13] Zhu, Yuntian & BLUMENTHAL, W. & Lowe, Terry. (1997). The tensile strength of short fibre-reinforced composites. Journal of Materials Science. 32. 2037-2043. 10.1023/A:1018558318747, [cit. 2021-02-15].

[14] Aykol, M., Isitman, N.A., Firlar, E. and Kaynak, C. (2008), Strength of short fiber reinforced polymers: Effect of fiber length distribution. Polym Compos, [cit. 2021-02-15]. 29: 644-648. <https://doi.org/10.1002/pc.20480>

[15] Jörg Hohe, Geometry modelling and elastic property prediction for short fibre composites, Multi-Scale Continuum Mechanics Modelling of Fibre-Reinforced Polymer Composites, [cit. 2021-02-20], 10.1016/B978-0-12-818984-9.00003-2, (55-77), (2021).

[16] S.Y Fu, B Lauke, E Mäder, X Hu, C.Y Yue, Fracture resistance of short-glass-fiber-reinforced and short-carbon-fiber-reinforced polypropylene under Charpy impact load and its dependence on processing, Journal of Materials Processing Technology, 10.1016/S0924-0136(99)00065-5, 89-90, (501-507), (1999), [cit. 2021-02-20]

[17] BAREŠ, Richard A.. Kompozitní materiály. 1. vyd. Praha: SNTL, 1988, 325 s, [cit. 2021-02-25]

[18] TATEK, Martin. *Deset let „sedm-osm-sedmičky“* [online]. 2019, [cit. 2021-02-25]. Dostupné z: <https://www.aeroweb.cz/clanky/7111-deset-let-sedm-osm-sedmicky>

[19] SP Systems Guide to Composites. St Cross Business Park, 69.[online]. [cit. 2021- 02-25] Dostupné z: http://www.composites.ugent.be/home_made_composites/documentation/SP_Composites_Guide.pdf

[20] DE, S. K.; WHITE, J. R. Short fibre-polymer composites. Woodhead Publishing, 1996. ISBN 1855732203. 260 p, [cit. 2021-02-25]

[21] KOMPOZITNÍ MATERIÁLY [online]. 2006, 1-53 [cit. 2021-02-27]. Dostupné z: <http://tpm.fsv.cvut.cz/vyuka/main/MI11.pdf>

[22] VYUŽITÍ KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ V CIVILNÍM LETECTVÍ [online]. Brno, 2015 [cit. 2021-02-27]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_veřejne.php?file_id=103905. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ.

[23] FRP reinforcement in RC structures [online]. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2007 [cit. 2021-02-28]. ISBN 978-2-88394-080-2. Dostupné z: https://www.iranfrp.ir/wp-content/uploads/2018/12/40-FRP-reinforcement-in-RCstructures_0-1.pdf

[24] SHAH, Darshil U., Peter J. SCHUBEL, Peter LICENCE a Mike J. CLIFFORD. Determining the minimum, critical and maximum fibre content for twisted yarn reinforced plant fibre composites. Composites Science and Technology [online]. 77 ELSEVIER, 2012, (72), 1909-1917 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353812003089?via%3Dihub>

[25] Návrh a pevnostní kontrola kompozitní hlavě pro 120 mm minomet [online]. Ostrava, 2020 [cit. 2021-02-28]. Dostupné z: http://dspace.vsb.cz/bitstream/handle/10084/141262/MAT0286_FS_N2301_3901T003_2020.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Diplomová práce. Vysoká škola Báňská Technická Univerzita v Ostravě.

[26] Types of Carbon Fiber: T1100G. In: TORAY [online]. b.r. [cit. 2021-03-04]. Dostupné z: <https://www.toraycma.com/page.php?id=661>

[27] Comparison of Strength and Young Modulus of Aligned Discontinuous Fibre PLA Composites Obtained Experimentally and from Theoretical Prediction Models [online]. New Zealand, 2018 [cit. 2021-03-04]. Dostupné z: <https://researchcommons.waikato.ac.nz/bitstream/handle/10289/13704/Aruan%20Kim%20Composites%20Structures.pdf?sequence=2&isAllowed=y>. Research. Faculty of Science and Engineering, University of Waikato, New Zealand.

[28] Bader, M. and W. Bowyer, An improved method of production for high strength fibre-reinforced thermoplastics. Composites, 1973. 4(4): p. 150-156, [cit. 2021-03-04].

[29] Bowyer, W. and M. Bader, On the re-inforcement of thermoplastics by imperfectly aligned discontinuous fibres. Journal of materials Science, 1972. 7(11): p. 1315-1321, [cit. 2021-03-04].

[30] EFFECTS OF FIBER LENGTH AND FIBER ORIENTATION DISTRIBUTIONS ON THE TENSILE STRENGTH OF SHORT-FIBER-REINFORCED POLYMERS [online]. 1996, 12 [cit. 2021-03-04]. Dostupné z: <http://image.sciencenet.cn/olddata/kexue.com.cn/upload/blog/file/2009/6/2009649326946213.pdf>

[31] Theoretical modelling of tensile properties of short sisal fibre-reinforced low-density polyethylene composites. JOURNAL OF MATERIALS SCIENCE [online]. 1997, (32), 4261–4267 [cit. 2021-03-05]. Dostupné z: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1023/A:1018651218515.pdf>

[32] POPELA, Pavel. Rozdělení pravděpodobnosti pro aplikace [online]. Brno, 2006 [cit. 2021-03-05]. Dostupné z: <http://mathonline.fme.vutbr.cz/Prilohy/sc-1207-sr-1-a-201/default.aspx>

[33] KRPÍŠEK, Zdeněk. Teorie spolehlivosti – metody a aplikace [online]. Brno, . I. [cit. 2021-03-05]. Dostupné z: <http://www.mat.fme.vutbr.cz/Home/karpisek/soubory-ke-stazeni>

[34] NOVOTNÝ, Radovan. Weibullovo rozdělení při analýzách bezporuchovosti. Elektrevue [online]. Brno: International Society for Science and Engineering, 2002 [cit. 2021-03-04]. Dostupné z: <http://www.elektrevue.cz/clanky/02017/index.html#typy>

[35] OTIPKA, Petr a Vladislav ŠMAJSTRLA. Základní typy rozdělení pravděpodobnosti spojité náhodné veličiny. Technická univerzita Ostrava [online]. Ostrava, 2008 [cit. 2021-03-05]. Dostupné z: <https://homel.vsb.cz/~oti73/cdpast1/KAP05/PRAV5.HTM>

[36] WEIBULL, Wallodi. A statistical theory of the strength of materials. Stockholm: Ingeniörsvetenskapsakademiens, 1939, [cit. 2021-03-05]

[37] Tensile properties of short-glass-fiber and short-carbon-fiber-reinforced polypropylene composites [online]. Singapore, 2000 [cit. 2021-03-05]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X00000683>. Research. School of Applied Science, Nanyang Technological University, Singapore.

[38] Struktura vlny Merino. In: Texnetis [online]. Jan Pěňčík, 2021 [cit. 2021-04-20]. Dostupné z: <https://texnetis.com/skupina-pradelen-schoeller/vlastnosti-vlny-a-uprava-exp/>

16 SEZNAM OBRÁZKŮ

| | |
|---|----|
| Obrázek 1: Synergický efekt. Převzato z [5] | 14 |
| Obrázek 2: Struktura vlnou Merino. Převzato z [38]..... | 15 |
| Obrázek 3: Rozdělení kompozitních materiálů podle geometrického tvaru výztuže. Převzato z [3] | 16 |
| Obrázek 4: Rozdělení kompozitů podle druhu výztuže a počtu vrstev. Převzato a upraveno z [2] | 16 |
| Obrázek 5: Příklady částicového kompozitu | 17 |
| Obrázek 6: Skeletový kompozitní materiál. Převzato z [1] | 17 |
| Obrázek 7: Prostorové uspořádání vybraných vláknových kompozitů. Převzato z [1] | 18 |
| Obrázek 8: Schéma výroby skleněných vláken. Převzato z [9]..... | 21 |
| Obrázek 9: Lom vláken pomocí elektronového mikroskopu, A-skelné vlákno, B-armidové vlákno, C-uhlíkové vlákno. Převzato z [2] | 22 |
| Obrázek 10: Geometrický výpočtový model dlouhovláknového jednosměrového kompozitu. Převzato z [6] | 27 |
| Obrázek 11: Orientace vláken při vstřikování | 30 |
| Obrázek 12: Schéma krátkého vlákna | 30 |
| Obrázek 13: Aplikace napětí na vlákno s matricí Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design | 31 |
| Obrázek 14: Idealizace pro znázornění délky přenosu zatížení. Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design | 32 |
| Obrázek 15: Znázornění délky přenosu zatížení. Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design | 32 |
| Obrázek 16: Napětí pro $l=l_c$. Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design | 34 |
| Obrázek 17: Průběh napětí pro $l < l_t$ Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design | 34 |
| Obrázek 18: Průběh napětí pro $l > l_t$ Převzato a upraveno z https://www.youtube.com/watch?v=7yesLxmlHYQ&t=790s&ab_channel=EngineeringMaterials-Tribology-Design | 35 |
| Obrázek 19: Schéma vlákna s nejbližším čtvercem dalších vláken | 38 |
| Obrázek 20: Schéma vlákna s nejbližším šestiuhelníkem dalších vláken | 38 |
| Obrázek 21: Model vláken | 48 |
| Obrázek 22: Model matrice..... | 49 |
| Obrázek 23: Výpočetní model | 49 |
| Obrázek 24: Model s objemovým podílem 8 % | 50 |
| Obrázek 25: Konečnoprvková síť modelu s objemovým podílem 8 %..... | 50 |

| | |
|---|----|
| Obrázek 26: Okrajové podmínky pro první model | 51 |
| Obrázek 27: Kontakty nezahrnující čela vláken | 52 |
| Obrázek 28: Napětí pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty s čely | 52 |
| Obrázek 29: Ekvivalentní plastické přetvoření pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty s čely | 53 |
| Obrázek 30: Síť po zjemnění v kritických místech | 54 |
| Obrázek 31: Napětí pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty bez čel | 56 |
| Obrázek 32: Druhý model s objemovým podílem 16 % | 57 |
| Obrázek 33: Třetí model s objemovým podílem 25 % | 57 |
| Obrázek 34: Výsledný model s různými délkami vláken | 61 |
| Obrázek 35: Napětí pro model s různými délkami vláken | 62 |
| Obrázek 36: Skript z Matlabu pro výpočet integrálu | 63 |
| Obrázek 37: Geometrie modelu s různou orientací vlákna | 65 |
| Obrázek 38: Napětí pro model s různou orientací vláken | 66 |

17 SEZNAM TABULEK

| | |
|--|----|
| Tabulka 1: Mechanické vlastnosti vybraných termosetů. Převzato a upraveno z [1] | 19 |
| Tabulka 2: Mechanické vlastnosti vybraných termoplastů. Převzato a upraveno z [1] | 20 |
| Tabulka 3: Mechanické vlastnosti vybraných druhů vláken [1] [6] [9] [26] | 22 |
| Tabulka 4: Srovnání teoretických a experimentálně zjištěných hodnot E-modulu a meze pevnosti v tahu některých knstrkučníc materiálu. Převzato a upraveno z [9] | 24 |
| Tabulka 5: Mechanické a fyzikální vlastnosti použitých materiálu | 47 |
| Tabulka 6: Srovnání veličin pro původní síť a zjemněnou síť | 54 |
| Tabulka 7: Citlivostní analýza vlivu objemového podílu na kompozit | 58 |

18 SEZNAM GRAFŮ

| | |
|--|----|
| Graf 1: Využití uhlíkových kompozitů v konstrukci dopravních letadel. Převzato z [9] | 13 |
| Graf 2: Vliv průměru skleněného vlákna na jeho pevnost. Převzato z [9] | 23 |
| Graf 3: Vliv pevnosti vlákna na jeho délce. Převzato z [1] | 23 |
| Graf 4: Závislost podélné pevnosti kompozitu na objemovém podílu vláken. | 26 |
| Graf 5: Faktor účinnosti λ_c pro pevnost kompozitu. Převzato a upraveno z [16] | 41 |
| Graf 6: Distribuční křivka orientace vláken pro různé hodnoty p a q. Převzato z [30] | 43 |
| Graf 7: Tažnost matrice. Převzato a upraveno z [37] | 47 |
| Graf 8: Konvergence sítě | 55 |
| Graf 9: Závislost ekv. Plastického přetvoření na prodloužení pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty s čely | 55 |
| Graf 10: Závislost Napětí na prodloužení pro model s 8 % objemovým podílem a kontakty s čely | 55 |
| Graf 11: Srovnání pevností v závislosti na objemovém podílu vláken | 58 |
| Graf 12: Srovnání vypočtených a experimentálně zjištěných pevností | 58 |
| Graf 13: Závislost objemového podílu a průměrné délky vlákna. Převzato a upraveno z [37] | 60 |
| Graf 14: Závislost objemového podílu na tažnosti kompozitu..... | 60 |
| Graf 15: Určení faktoru účinnosti vlákna pro pevnost..... | 62 |
| Graf 16: Srovnání všech dostupných pevností pro objemový podíl 16 %..... | 64 |